

MAA10 (Integraalilaskenta)

Välitesti 3 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Laske ilman laskinta integraali $\int_0^1 e^{5x} dx$. (4 p.)

$$\int_0^1 e^{5x} dx = \frac{1}{5} \int_0^1 5e^{5x} dx \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \frac{1}{5} \left[e^{5x} \right]_0^1 \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \frac{1}{5} (e^{5 \cdot 1} - e^{5 \cdot 0}) \quad (1 \text{ p.})$$

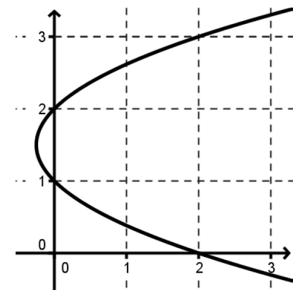
$$= \frac{1}{5} e^5 - \frac{1}{5} \quad (1 \text{ p.})$$

2. Laske käyrän $x = y^2 - 3y + 2$ ja y-akselin väliin jäävän alueen pinta-ala. (4 p.)

Ratkaistaan ensin käyrän $x = y^2 - 3y + 2$ ja y-akselin leikkauspisteet.

$$y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2}$$
$$y = 1 \text{ tai } y = 2 \quad (1 \text{ p.})$$

Pinta-ala on **y-akselin vasemmalla puolella**, joten (1 p.)
(oltava joko maininta tai mallikuva!)



$$A = - \int_1^2 (y^2 - 3y + 2) dy \quad (1 \text{ p.})$$

$$= - \int_1^2 \left(\frac{1}{3} y^3 - \frac{3}{2} y^2 + 2y \right) dy$$

$$= - \left[\left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 - \frac{3}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 - \frac{3}{2} \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \right) \right]$$

$$= - \left[\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right]$$

$$= - \left(-\frac{1}{6} \right)$$

$$= \frac{1}{6} \quad (1 \text{ p.})$$

3. Laske ilman laskinta $\int_0^3 |2x-4| dx$. (4 p.)

Itseisarvon nollakohdat:

$$\begin{aligned} 2x-4 &= 0 \\ x &= 2 \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned} \quad \text{Siispä } |2x-4| = \begin{cases} -2x+4, & \text{kun } x < 2 \\ 2x-4, & \text{kun } x \geq 2 \end{cases} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\begin{aligned} \int_0^3 |2x-4| dx &= \int_0^2 (-2x+4) dx + \int_2^3 (2x-4) dx & (1 \text{ p.}) \\ &= \int_0^2 (-x^2 + 4x) + \int_2^3 (x^2 - 4x) \\ &= (4-0) + (-3+4) \\ &= \underline{\underline{5}} & (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

