

## MAA10 (Todennäköisyys ja tilastot)

### Välitestit 3 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Eräessä Todennäköisyyslaskenta-kurssin pienryhmässä on 4 tyttöä ja 6 poikaa.

- a) Kuinka monta erilaista 4 opiskelijan jonoa voidaan muodostaa pojista? (2 p.)
- b) Opiskelijat jaetaan kahteen viiden hengen pulpettiryhmään. Pulpettiryhmän sisällä opiskelijoiden keskinäisellä järjestyksellä ei ole merkitystä. Kuinka monella eri tavalla jakaminen pulpettiryhmiin on mahdollista tehdä? (2 p.)
- c) Koko ryhmä muodostaa jonon. Kuinka monta erilaista jonoa ryhmästä saa muodostettua? (2 p.)
- d) Koko ryhmä muodostaa jonon. Kuinka monta erilaista sellaista jonoa ryhmästä saa muodostettua, missä ensimmäisenä on tyttö? (2 p.)

a) Kyseessä on poikien **osajono**:

$$\begin{aligned}(6)_4 &= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 && (1 \text{ p.}) \\ &= \underline{\underline{360}} && (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

b) Järjestyksellä ei ole väliä eli abcde on sama pulpettiporukka kuin esim. badec.

Kyseessä on **osajoukot**. Kun valitaan 5 opiskelijan porukka, tulee toinenkin 5 opiskelijan porukka valittua automaattisesti (=jäljelle jääneet):

$$\begin{aligned}\binom{10}{5} &= \frac{10!}{5!(10-5)!} && (1 \text{ p.}) \\ &= \frac{10!}{5! \cdot 5!} \\ &= \underline{\underline{252}} && (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

c) Jonoja on yhteensä  $10! = 3628800$ . (2 p.)

d)

Jonoja, joissa ensimmäisenä on tyttö on tuloperiaatteen mukaisesti

$$4 \cdot 9! = 4 \cdot 362880 = 1451520. \quad (2 \text{ p.})$$

1.tyttö      Loput  
                 miten vain

2. Hedelmäkorissa on 3 punaista ja 5 vihreää omenaa. Valitset sokkona 4 omenaa. Millä todennäköisyydellä saat 2 punaista ja 2 vihreää omenaa? (2 p.)

$$P(2 \text{ punaista ja } 2 \text{ vihreää}) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{8}{4}} \quad (\text{kaksi punaisten joukosta ja kaksi vihreitten, yhteensä valitaan neljä kahdeksasta omenasta}) \quad (1 \text{ p.})$$
$$= \frac{3 \cdot 10}{70}$$
$$= \frac{3}{7} \quad (1 \text{ p.})$$

3. Eräänä kuukautena yksittäisen sadepäivän todennäköisyys on 35 %. Millä todennäköisyydellä kuukauden päivistä 10 on sadepäiviä ja 20 poutapäiviä, kun kuukaudessa on 30 päivää? (2 p.)

$$P(\text{Tasan } 10 \text{ sadepäivää ja muut } 20 \text{ poutapäiviä}) = \binom{30}{10} \cdot 0,35^{10} \cdot (1 - 0,35)^{30-10}$$
$$= \binom{30}{10} \cdot 0,35^{10} \cdot 0,65^{20} \quad (1 \text{ p.})$$
$$= 0,1502173\dots$$
$$\approx \underline{\underline{15\% \text{ todennäköisyydellä.}}} \quad (1 \text{ p.})$$