

MAA10 (Todennäköisyys ja tilastot)
 Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!
 Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Pelaat seuraavanlaista peliä, jossa yksi pelikierrös maksaa 6 €. Pelissä heitetään tavallista noppaa ja yhtä kolikkoa. Pelaaja saa nopan pisteluvun suuruisen määrän euroja sekä kolikon klaavasta yhden ja kruunasta kolme euroa. Laske pelaajan yhden kierroksen kokonaisvoiton odotusarvo. (4 p.)

Taulukoidaan kaikki mahdolliset saatavat rahamäärät:

		Noppa					
		1	2	3	4	5	6
Klaava (1)		2	3	4	5	6	7
Kruuna (3)		4	5	6	7	8	9

(1 p.)

Muodostetaan satunnaismuuttujan $X =$ ”pelaajan kokonaisvoitto yhdellä kierroksella” jakauma:

Voitto (€)	Todennäköisyys
$-6+2=-4$	$\frac{1}{12}$
$-6+3=-3$	$\frac{1}{12}$
$-6+4=-2$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
$-6+5=-1$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
$-6+6=0$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
$-6+7=1$	$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
$-6+8=2$	$\frac{1}{12}$
$-6+9=3$	$\frac{1}{12}$

(1 p.)

Voiton odotusarvo:

$$E(X) = -4 \cdot \frac{1}{12} + (-3) \cdot \frac{1}{12} + (-2) \cdot \frac{1}{6} + (-1) \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{12} + 3 \cdot \frac{1}{12}$$

(1 p.)

$$= \underline{\underline{-0,50 \text{ (€)}}}$$

(1 p.)

2. Jatkuvan satunnaismuuttujan X kertymäfunktio on

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x \leq 1 \\ 1 - \frac{1}{x^2}, & \text{kun } x > 1. \end{cases}$$

Määritä todennäköisyys $P(X \geq 1,5)$. (4 p.)

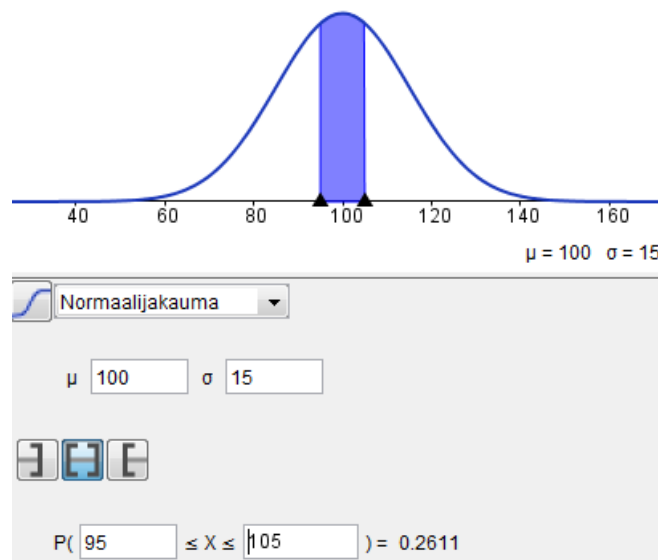
$$\begin{aligned} P(X \geq 1,5) &= 1 - P(X < 1,5) \\ &= 1 - F(1,5) && (2 \text{ p.}) \\ &= 1 - \left(1 - \frac{1}{1,5^2}\right) && (1 \text{ p.}) \\ &= 0,444\dots \\ &\approx \underline{\underline{0,44}} && (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

3. Älykkyydestä laaditaan yleensä niin, että sen tulokset noudattavat normaalijakaumaa, jonka keskiarvo on 100 ja keskihajonta 15 pistettä.

a) Kuinka monta prosenttia testin suorittaneista saavuttaa pistemäärään, joka on välillä [95, 105]? (2 p.)

b) Halutaan, että keskimäinen 80% väestöstä on älykkyydeltään ”normaaleja”. Mikä kokonaislukupistemäärä pitäisi vähintään saavuttaa älykkyydestissä, jotta henkilö olisi ”normaalia” älykkäämpi? (2 p.)

a) Ratkaistaan kyseistä väliä vastaava prosenttiosuus GeoGebralla:



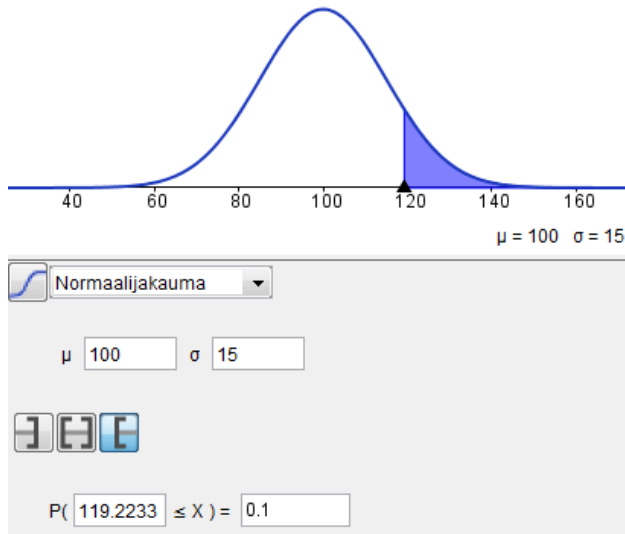
(1 p.)

Vastaus: Pistemäärän väliltä [95, 105] saavuttaa n. 26,1% testin suorittaneista.

(1 p.)

b) Koska keskimäinen 80% on normaaleja, niin oikeanpuoleinen 10% on normaalia älykkäämpiä.

Lasketaan kysytty pistemäärä GeoGebralla:



(1 p.)

Vastaus: Ollakseen normaalia älykkäämpi, testistä on saatava vähintään 120 pistettä.

(1 p.)