

MAA11 (Lukuteoria ja todistaminen)

Kurssikoe

Tee 6 tehtävää!

Vastaa omalle konseptipaperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen.

- Osoita, että lauseet $P \leftrightarrow Q$ sekä $\neg(P \wedge \neg Q) \wedge \neg(Q \wedge \neg P)$ ovat loogisesti yhtäpitäviä.
- Olkoon perusjoukkona tietty ihmisten joukko ja $R(x, y)$: "x rakastaa y:tä" avoin lause. Formalisoi seuraavat lauseet
 - Jokainen ihminen rakastaa jotain ihmistä
 - Jotain ihmistä rakastavat kaikki ihmiset
 - Jotkut ihmiset rakastavat toisiaan.
- Kirjoita todistus lauseelle "Jos kokonaisluku n on pariton, niin myös n^2 on pariton".
- Todista lause vääräksi tai oikeaksi.
 - Kahden erisuuren alkuluvun tulo on aina pariton.
 - Jos kahden positiivisen kokonaisluvun tulo on pariton, niin molemmat luvuista ovat myös parittomia.
- Muodosta lukujen 7056 ja 337500 alkutekijähajoitelmat ja määritä niistä lukujen suurin yhteinen tekijä ja pienin yhteinen monikerta.
- Käyttäen 9 ja 5 litran sankoja, pitäisi saaviin mitata järvestä 12 litraa vettä. Laske Diofantoksen yhtälön avulla, miten se voitaisiin tehdä helpoimmalla tavalla.

7. Todista induktiolla seuraava ”3:n kokonaislukupotenssien summakaava”:

$$3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3(3^n - 1)}{2} \quad n \in \mathbb{Z}, n \geq 1$$

8. Mikä on jakojäännös, kun luku $18^2 + 12^{100}$ jaetaan luvulla 11? Ratkaise välivaiheineen käyttämättä laskinta.