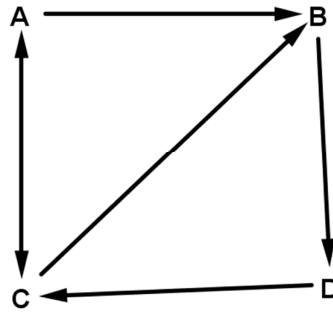


**MAA11 (Lukuteoria ja logiikka)**  
**Välitesti 2 – ratkaisut ja pisteytysohje**

**Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonieen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!**

1. Kuviossa kirjaimet A, B, C ja D ovat eräitä henkilöitä. Kuvioon piirretty nuoli ilmaisee, että nuolen alkupisteessä oleva henkilö rakastaa loppupisteessä olevaa henkilöä. Olkoon  $R(x, y)$  avoin lause ” $x$  rakastaa  $y$ :tä”. Tapauksia, missä henkilö rakastaisi itseään, ei huomioida eli  $x \neq y$ . Ratkaise joukossa  $\{A, B, C, D\}$  avoin lause

- a)  $\neg R(D, y)$ .  
 b)  $R(x, C) \wedge \neg R(C, x)$ .  
 c)  $\neg (R(x, D) \vee R(D, x))$ . (3 p.)



**Vastaus:**

- a)  $\{A, B\}$  (1 p.)  
 b)  $\{D\}$  (1 p.)  
 c)  $\{A\}$  (1 p.)

2. Olkoon perusjoukko  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .

- a) Ratkaise tässä joukossa avoin lause  $2x + 10 \leq 5x - 14$ .  
 b) Ratkaise tässä joukossa avoin lause  $(1 + 2x = 7) \wedge (x^2 - 4x + 3 = 0)$ .  
 c) Ratkaise tässä joukossa avoin lause  $(1 + 2x = 7) \vee (x^2 - 4x + 3 = 0)$ . (3 p.)

**a)**

$$2x + 10 \leq 5x - 14$$

$$-3x \leq -24 \quad ||: (-3) < 0!!$$

$$x \geq 8$$

Vastaus:  $x \in \{8, 9, 10\}$  (1 p.)

**b)**

$$(1 + 2x = 7) \wedge (x^2 - 4x + 3 = 0)$$

$$2x = 6 \wedge x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$

$$x = 3 \wedge x = 1 \text{ tai } x = 3$$

Vastaus:  $x = 3$ . (1 p.)

- c)**  $(1 + 2x = 7) \vee (x^2 - 4x + 3 = 0)$

Vastaus:  $x = 1$  tai  $x = 3$ . (1 p.)

**KÄÄNNÄ →**

3. Olkoon  $R(x, y)$  avoin lause ” $x$  rakastaa  $y$ :tä”. Perusjoukko on tietty ihmisryhmä. Suomenna seuraavat lauseet

- a)  $\forall y R(\text{Ville}, y)$ . ”*Ville rakastaa kaikkia*” (1 p.)  
b)  $\exists x \neg R(x, \text{Ville})$ . ”*On olemassa joku, joka ei rakasta Villeä*” (1 p.)  
c)  $\forall y \exists x R(x, y)$ . (3 p.) ”*Jokaisella on joku, joka rakastaa sitä*” (1 p.)

4. Todista lause: Kun lisäät minkä tahansa parittoman luvun neliöön luvun 5 saat vastaukseksi aina parillisen luvun. (3 p.)

Oletus: Olkoon  $a$  pariton luku, ts.  $a = 2n + 1$ . (1 p.)

Väite:  $a^2 + 5$  on parillinen.

Todistus:

$$\begin{aligned} a^2 + 5 &= (2n + 1)^2 + 5 \\ &= 4n^2 + 4n + 1 + 5 \\ &= 4n^2 + 4n + 6 && (1 \text{ p.}) \\ &= 2(2n^2 + 2n + 3). \text{ mikä on parillinen luku!} && (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$