

MAA11 (Lukuteoria ja logiikka)
Välitesti 4 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. a) Määritä lukujen 9750 ja 1989 suurin yhteinen tekijä Eukleideen algoritmilla. (4 p.)
b) Mikä on lukujen pienin yhteinen monikerta? (2 p.)

a)

$$9750 = 4 \cdot 1989 + 1794 \quad (1 \text{ p.})$$
$$1989 = 1 \cdot 1794 + 195 \quad (1 \text{ p.})$$
$$1794 = 9 \cdot 195 + \boxed{39} \Rightarrow \text{syt}(9750, 1794) = \underline{39} \quad (1 \text{ p.})$$
$$195 = 5 \cdot 39 + 0 \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$\text{pym}(9750, 1989) = \frac{9750 \cdot 1989}{\text{syt}(9750, 1989)} \quad (1 \text{ p.})$$
$$= \frac{9750 \cdot 1989}{39}$$
$$= \underline{497250} \quad (1 \text{ p.})$$

2. Ratkaise Diofantoksen yhtälön $6x + 17y = 15$ jokin ratkaisu. (6 p.)

Ratkaistaan $\text{syt}(17, 6)$:

$$17 = 2 \cdot 6 + 5$$
$$6 = 1 \cdot 5 + 1 \Rightarrow \text{syt}(17, 6) = 1. \quad (1 \text{ p.})$$
$$5 = 5 \cdot 1 + 0$$

Ratkaistut jakojäännökset:

$$5 = 17 - 2 \cdot 6 \quad (1 \text{ p.})$$
$$1 = 6 - 1 \cdot 5 \quad (1 \text{ p.})$$

$$1 = 6 - 1 \cdot 5$$
$$= 6 - 1 \cdot (17 - 2 \cdot 6) \quad (1 \text{ p.})$$

$$= 6 - 17 + 2 \cdot 6$$
$$1 = 6 \cdot 3 + 17 \cdot (-1) \parallel \cdot 15 \quad (1 \text{ p.})$$

$$15 = 6 \cdot \underline{45} + 17 \cdot \underline{(-15)}$$

Vast. Eräs ratkaisu on $x = \underline{45}$ ja $y = \underline{-15}$. (1 p.)