

**MAA11 (Lukuteoria ja logiikka)**  
**Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje**

**Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!**

**1. Muodosta lukujen 630 ja 6600 alkulukuhajoitelmat sekä määritä lukujen syt ja pym niiden avulla. (6 p.)**

$$\begin{aligned}630 &= 2 \cdot 315 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 105 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 35 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ &= \underline{\underline{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6600 &= 2 \cdot 3300 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 1650 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 825 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 275 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 55 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \\ &= \underline{\underline{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11}} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{syt}(630, 6600) &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \underline{\underline{30}} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{pym}(630, 6600) &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \underline{\underline{138600}} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

**KÄÄNNÄ →**

2. a) Osoita, että  $512 \equiv 490 \pmod{11}$ . (3 p.)

b) Perustele ilman laskinta kongruenssin avulla, mikä on jakojäännös, kun luku  $16^{3000} + 14^2$  jaetaan luvulla 5. (3 p.)

a)

Perustelu joko tarkastelemalla erotusta:

$$512 \equiv 490 \pmod{11}, \text{ sillä}$$

$$512 - 490 = 22 \text{ ja} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\underline{\underline{\text{erotus } 22 \text{ on jaollinen luvulla } 11.}} \quad (2 \text{ p.})$$

TAI

tarkastelemalla jakojäännöksiä:

$$512 \equiv 490 \pmod{11}, \text{ sillä}$$

$$512 = 46 \cdot 11 + \underline{6} \quad (1 \text{ p.})$$

$$490 = 44 \cdot 11 + \underline{6} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\underline{\underline{\text{eli, koska luvuilla on sama jakojäännös.}}} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$16^{3000} + 14^2 \equiv 1^{3000} + 4^2 \pmod{5} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\equiv 1 + 16 \pmod{5}$$

$$\equiv 17 \pmod{5} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\equiv 2 \pmod{5}$$

$$\underline{\underline{\text{Jakojäännös on siis } 2.}} \quad (1 \text{ p.})$$