MAA11 (Lukuteoria ja todistaminen)
Välitesti 1 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Laadi loppuun alla oleva totuusarvotaulu lauseelle $(A \wedge \neg B) \Leftrightarrow (\neg C \Rightarrow B)$.
Onko lause tautologia? **(3 p.)**

A	**B**	**C**	$\neg B$	$\neg C$	$A \wedge \neg B$	$\neg C \Rightarrow B$	$(A \wedge \neg B) \Leftrightarrow (\neg C \Rightarrow B)$
1	1	1	0	0	0	1	**0**
1	1	0	0	1	0	1	**0**
1	0	1	1	0	1	1	**1**
1	0	0	1	1	1	0	**0**
0	1	1	0	0	0	1	**0**
0	1	0	0	1	0	1	**0**
0	0	1	1	0	0	1	**0**
0	0	0	1	1	0	0	**1**

(2 p.)

Lause ei ole aina tosi, joten se ei ole tautologia. (1 p.)

2. Olkoon A: ”Nukun” ja B: ”Lasken matematiikkaa”.

a) Suomenna lauseet $\neg(A \wedge B)$ sekä $\neg A \vee \neg B$. **(2 p.)**

b) Muodosta a-kohdan lauseiden totuustaulut. **(1 p.)**

a) $\neg(A \wedge B)$: ”*Ei päde, että nukun ja lasken matematiikkaa*” (1 p.)

Huom! Väärin on ”En nuku ja en laske matematiikkaa”!!

$\neg A \vee \neg B$: ”*En nuku tai en laske matematiikkaa*” (1 p.)

b)

A	B	$\neg$A	$\neg$B	A $\wedge$ B	$\neg$(A $\wedge$ B)	$\neg$A $\vee$ $\neg$B
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

(1 p.)

3. Olkoon perusjoukko {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

a) Ratkaise tässä joukossa avoin lause $2x+10 \leq 5x-14$. **(1 p.)**

b) Ratkaise tässä joukossa avoin lause $(1+2x=7) \ \wedge \ (x^2-4x+3=0)$. **(2 p.)**

a)

$$2x+10 \leq 5x-14$$
$$-3x \leq -24 \,||: (-3) < 0!!$$
$$x \geq 8$$

Vastaus: $\underline{\underline{x \in \{8, 9, 10\}}}$ (1 p.)

b)

$$(1+2x=7) \ \wedge \ (x^2-4x+3=0)$$
$$2x=6 \ \wedge \ x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1}$$
$$x=3 \ \wedge \ x=1 \ \text{ tai } \ x=3$$ (1 p.)

Vastaus: $\underline{\underline{x=3}}$. (1 p.)

4. Olkoon R(x, y) avoin lause ”x rakastaa y:tä”. Perusjoukko on tietty ihmisryhmä. Suomenna seuraavat lauseet

a) $\forall y \, \mathrm{R}(\text{Ville}, y)$.

b) $\exists x \, \neg \mathrm{R}(x, \text{Ville})$.

c) $\forall y \exists x \, \mathrm{R}(x, y)$. **(3 p.)**

a) $\forall y \, \mathrm{R}(\text{Ville}, y)$. ”*Ville rakastaa kaikkia*” (1 p.)

b) $\exists x \, \neg \mathrm{R}(x, \text{Ville})$. ”*On olemassa joku, joka ei rakasta Villeä*” (1 p.)

c) $\forall y \exists x \, \mathrm{R}(x, y)$. ”*Jokaisella on joku, joka rakastaa häntä*” (1 p.)