

## MAA11 (Lukuteoria ja todistaminen)

### Välitesti 4 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Kirjoita jakoyhtälö jakolaskulle  $654321 : 123456$ . (2 p.)

$$\underline{\underline{654321 = 123456 \cdot 5 + 37041}} \quad (2 \text{ p.})$$

2. Vastaa perustellen, onko luku muotoa  $5n$ ,  $5n + 1$ ,  $5n + 2$ ,  $5n + 3$  vai  $5n + 4$ , missä  $n$  on kokonaisluku?

a) 3                      b) -13                      c) -47                      (3 p.)

a)  $3 = 5 \cdot 0 + 3$ , siis muotoa  $5n + 3$  (1 p.)

b)  $-13 = 5 \cdot (-3) + 2$ , siis muotoa  $5n + 2$  (1 p.)

c)  $-47 = 5 \cdot (-10) + 3$ , siis muotoa  $5n + 3$  (1 p.)

3. a) Määritä lukujen 9750 ja 1989 suurin yhteinen tekijä Eukleideen algoritmilla. (1 p.)

b) Mikä on lukujen pienin yhteinen monikerta? (1 p.)

a)

$$9750 = 4 \cdot 1989 + 1794$$

$$1989 = 1 \cdot 1794 + 195$$

$$1794 = 9 \cdot 195 + \boxed{39} \Rightarrow \text{syt}(9750, 1794) = \underline{\underline{39}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$195 = 5 \cdot 39 + 0$$

b)

$$\begin{aligned}pym(a,b) &= \frac{ab}{syt(a,b)} \\pym(9750,1989) &= \frac{9750 \cdot 1989}{syt(9750,1989)} \\&= \frac{9750 \cdot 1989}{39} \\&= \underline{\underline{497250}}\end{aligned}\quad (1 \text{ p.})$$

4. Ratkaise Diofantoksen yhtälön  $6x+17y=15$  kaikki ratkaisut. (5 p.)

Ratkaistaan  $syt(17,6)$ :

$$17 = 2 \cdot 6 + 5$$

$$6 = 1 \cdot 5 + 1 \Rightarrow syt(17,6) = 1. \quad (1 \text{ p.})$$

$$5 = 5 \cdot 1 + 0$$

Ratkaistut jakojäännökset:

$$5 = 17 - 2 \cdot 6$$

$$1 = 6 - 1 \cdot 5$$

$$1 = 6 - 1 \cdot 5$$

$$= 6 - 1 \cdot (17 - 2 \cdot 6)$$

$$= 6 - 17 + 2 \cdot 6$$

$$1 = 6 \cdot 3 + 17 \cdot (-1) \parallel \cdot 15 \quad (1 \text{ p.})$$

$$15 = 6 \cdot \underline{\underline{45}} + 17 \cdot \underline{\underline{(-15)}}$$

Eräs ratkaisu on  $x = \underline{\underline{45}}$  ja  $y = \underline{\underline{-15}}$ . (1 p.)

Kaikki ratkaisut yhtälölle  $ax+by=c$ :

$$\begin{cases} x = x_0 + n \cdot \frac{b}{syt(a,b)} \\ y = y_0 - n \cdot \frac{a}{syt(a,b)} \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$6x+17y=15$$

$$\begin{cases} x = 45 + n \cdot \frac{17}{1} \\ y = -15 - n \cdot \frac{6}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 + 17n \\ y = \underline{\underline{-15 - 6n}} \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad (2 \text{ p.})$$