

# MAA11 (Lukuteoria ja todistaminen)

## Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Muodosta lukujen 630 ja 6600 alkulukuhajoitelmat sekä määritä lukujen syt ja pym *niiden avulla*. (6 p.)

$$\begin{aligned}630 &= 2 \cdot 315 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 105 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 35 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ &= \underline{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6600 &= 2 \cdot 3300 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 1650 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 825 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 275 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 55 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \\ &= \underline{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{syt}(630, 6600) &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \underline{30} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{pym}(630, 6600) &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \underline{138600} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

**KÄÄNNÄ →**

2. a) Osoita, että  $512 \equiv 490 \pmod{11}$ . (3 p.)

b) Perustelee ilman laskinta kongruenssin avulla, mikä on jakojäännös, kun luku  $16^{3000} + 14^2$  jaetaan luvulla 5. (3 p.)

a)

Perustelu joko tarkastelemalla erotusta:

$$512 \equiv 490 \pmod{11}, \text{ sillä}$$

$$512 - 490 = 22 \text{ ja} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\underline{\underline{\text{erotus } 22 \text{ on jaollinen luvulla } 11.}} \quad (2 \text{ p.})$$

TAI

tarkastelemalla jakojäännöksiä:

$$512 \equiv 490 \pmod{11}, \text{ sillä}$$

$$512 = 46 \cdot 11 + \underline{\underline{6}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$490 = 44 \cdot 11 + \underline{\underline{6}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{eli, } \underline{\underline{\text{koska luvuilla on sama jakojäännös.}}} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$16^{3000} + 14^2 \equiv 1^{3000} + 4^2 \pmod{5} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\equiv 1 + 16 \pmod{5}$$

$$\equiv 17 \pmod{5} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\equiv 2 \pmod{5}$$

$$\underline{\underline{\text{Jakoäännös on siis } 2.}} \quad (1 \text{ p.})$$