

MAA12 (Algoritmit matematiikassa)

Välitesti 2 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Tee tehtävä *ilman laskinohjelmistoa!*

a) Osoita, että $x=1$ on polynomin $f(x) = x^3 - 7x + 6$ eräs nollakohta. **(2 p.)**

b) Jaa polynomi $f(x)$ ensimmäisen asteen tekijöihin. **(10 p.)**

a)

$$f(x) = x^3 - 7x + 6$$

Sijoitetaan $x=1$:

$$f(1) = 1^3 - 7 \cdot 1 + 6 = 1 - 7 + 6 = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\Rightarrow x=1 \text{ on nollakohta!} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

Koska $x = 1$ on eräs nollakohta, on $(x-1)$ eräs tekijä! (1 p.)

Jaetaan jakokulmassa:

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 6 \\ x-1 \overline{) x^3 - 7x + 6} \\ \underline{-(x^3 - x^2)} \\ x^2 - 7x \\ \underline{-(x^2 - x)} \\ -6x + 6 \\ \underline{-(-6x + 6)} \\ 0 \end{array} \quad (\text{jakokulma 4 p.})$$

$$\Rightarrow x^3 - 7x + 6 = (x-1)(x^2 + x - 6)$$

Jaetaan toisen asteen tekijä vielä ensimmäisen asteen tekijöihin nollakohtien avulla:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} \quad (1 \text{ p.})$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x = -3 \text{ tai } x = 2 \quad (2 \text{ p.})$$

$$\Rightarrow \text{Tekijät ovat } (x+3) \text{ ja } (x-2) \quad (1 \text{ p.})$$

Polynomi on 1. asteen tekijöihin jaettuna:

$$x^3 - 7x + 6 = \underline{\underline{(x-1)(x-2)(x+3)}} \quad (1 \text{ p.})$$