

# MAA12 (Algoritmit matematiikassa)

## Välitesti 3 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. a) Osoita *ilman laskinohjelmistoja*, että yhtälöllä  $x^3 + 2x = 1$  on tasan yksi ratkaisu. (6 p.)

b) Ratkaise yhtälön  $x^3 + 2x = 1$  ainoa juuri kahden desimaalin tarkkuudella käyttäen puolitusmenetelmää ja *taulukkolaskentasovellusta*. (6 p.)

a)

$$x^3 + 2x = 1$$
$$\underbrace{x^3 + 2x - 1}_{\text{Merkitään } f(x)} = 0$$

1

$f(x)$  on polynomina jatkuva funktio!

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0^3 + 2 \cdot 0 - 1 = -1 < 0 \\ f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1 - 1 = 2 > 0 \end{array} \right\} \text{eri merkkiset!} \quad (1 \text{ p.})$$

$\Rightarrow$  Funktiolla  $f(x)$  on ainakin yksi nollakohta välillä  $[0, 1]$ . (1 p.)

2

$$f'(x) = \underbrace{3x^2 + 2}_{\geq 0} > 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$\Rightarrow f(x)$  on aidosti kasvava funktio (1 p.)

$\Rightarrow$  Funktiolla voi olla korkeintaan yksi nollakohta! (1 p.)

Kohdista 1 ja 2 seuraa, että funktiolla  $f(x)$  on täsmälleen yksi nollakohta!

Siis yhtälöllä  $x^3 + 2x = 1$  on täsmälleen yksi ratkaisu.

(1 p.)

b)

	A	B	C	D	E	F
1	a	b	$c = (a+b)/2$	f(a)	f(c)	f(a)f(c)
2	0	1	0.5	-1	0.125	-0.125
3	0	0.5	0.25	-1	-0.484375	0.484375
4	0.25	0.5	0.375	-0.484375	-0.197265625	0.0955505371
5	0.375	0.5	0.4375	-0.197265...	-0.0412597656	0.0081391335
6	0.4375	0.5	0.46875	-0.041259...	0.0404968262	-0.0016708896
7	0.4375	0.46875	0.453125	-0.041259...	-0.0007133484	0.0000294326
8	0.453...	0.46875	0.4609375	-0.000713...	0.0198073387	-0.0000141295
9	0.453...	0.460...	0.45703125	-0.000713...	0.0095260739	-0.0000067954
10	0.453...	0.457...	0.455078125	-0.000713...	0.0044011548	-0.0000031396
11	0.453...	0.455...	0.4541015625	-0.000713...	0.001842604	-0.0000013144
12	0.453...	0.454...	0.4536132813	-0.000713...	0.0005643034	-0.0000004025
13	0.453...	0.453...	0.4533691406	-0.000713...	-0.0000746036	0.0000000532
14	0.453...	0.453...	0.4534912109	-0.000074...	0.0002448296	-0.0000000183

(5 p.)

Yhtälön ratkaisu on  $x = 0,453... \approx \underline{\underline{0,45}}$

(1 p.)

**HUOM!** Alla olevissa kuvissa on esimerkkinä komennot (kaavat), jotka on kopioitu alemmille riveille:

A3

	A	B	C
1	a	b	$c = (a+b)/2$
2	0	1	0.5
3	0	0.5	0.25

B3

	A	B	C
1	a	b	$c = (a+b)/2$
2	0	1	0.5
3	0	0.5	0.25

C3

	A	B	C
1	a	b	$c = (a+b)/2$
2	0	1	0.5
3	0	0.5	0.25

D3

	A	B	C	D
1	a	b	$c = (a+b)/2$	f(a)
2	0	1	0.5	-1
3	0	0.5	0.25	-1

E3

	A	B	C	D	E
1	a	b	$c = (a+b)/2$	f(a)	f(c)
2	0	1	0.5	-1	0.125
3	0	0.5	0.25	-1	-0.484375

F3

	A	B	C	D	E	F
1	a	b	$c = (a+b)/2$	f(a)	f(c)	f(a)f(c)
2	0	1	0.5	-1	0.125	-0.125
3	0	0.5	0.25	-1	-0.484375	0.484375