MAA13 (Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi)
Kurssikoe

A-OSA

Tee A-osan kaikki tehtävät ja vastaa tälle tehtäväpaperille. Laskimen käyttö on kielletty.
Kun palautat tämän A-osan, saat opettajalta kokeen B-osan. A-osan tekemiseen on aikaa 1 h.

1. Suppeneeko epäoleellinen integraali $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$? (4 p.)

2. Tarkastellaan lukujonoa $a_n = \frac{n^2+2}{2n^2+n}$. Tutki ja perustele,

   a) suppeneeko vai hajaantuuko lukujono? (2 p.)

   b) suppeneeko vai hajaantuuko lukujonoa vastaava sarja $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$? (2 p.)

3. Muuta desimaaliluku $0,121212...$ murtolukumuotoon. (4 p.)

MAA13 (Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi)
Kurssikoe B-OSA

Tee 4 tehtävää!

Vastaa omalle konseptipaperille. B-osassa saat käyttää laskinta. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen.

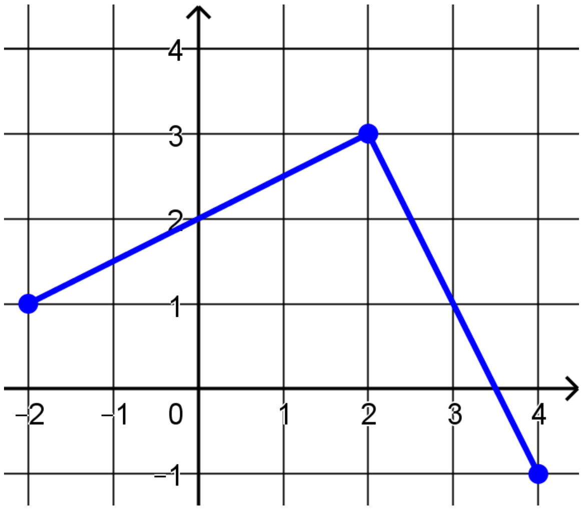
1. Kuvassa on funktion $f:[-2,4]\to\mathbb{R}$ kuvaaja.

   a) Anna funktion lauseke $f(x)$ paloittain määriteltynä funktiona. (1 p.)

   b) Osoita, että funktiolla on raja-arvo kohdassa $x=2.$ (2 p.)

   c) Osoita, että funktio on jatkuva kohdassa $x=2.$ (1 p.)

   d) Osoita derivaatan määritelmällä, että funktio ei ole derivoituva kohdassa $x=2.$ (2 p.)



2. Olkoon funktio $f(x)=x^3+x-1$.

   a) Osoita, että funktiolla f on olemassa kaikkialla määritelty käänteisfunktio f^{-1}.

   b) Mikä on käänteisfunktion arvo kohdassa $x=0$. Anna vastaus kahden desimaalin tarkkuudella.

   c) Laske derivaatta $(f^{-1})'(9)$.

KÄÄNNÄ →

3. Olkoon erään satunnaismuuttujan X tiheysfunktio

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{8}, & \text{kun } 0 \le x \le 2 \\ ax-\frac{3}{8}, & \text{kun } 2 < x \le 4 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}.$$

a) Määritä luku a.

b) Määritä satunnaismuuttujan X kertymäfunktio $F(x)$.

4. Määritä kahden muuttujan funktion $f(x,y)=x^3-y^2-3x+6$ ääriarvot ja niiden laatu.

5. a) Anna sellaisen lukujonon a_n lauseke, jolle pätee seuraavat ehdot:

- a_n on aidosti kasvava,
- lukujonon a_n raja-arvo on 3

b) Anna sellaisen lukujonon b_n lauseke, jolle pätee seuraavat ehdot:

- b_n on geometrinen,
- lukujonoa b_n vastaavan sarjan $b_1+b_2+b_3+\ldots$ summa on 3.