

MAA13 (Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi)

Välitesti 3 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Päättele ilman laskinta, mitä on $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x$. (2 p.)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = \frac{1}{2^\infty} = \underline{0} \quad (2 \text{ p.})$$

2. Laske ilman laskinta $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-4x^2}{2x^2-x}$. (4 p.)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-4x^2}{2x^2-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(\frac{5}{x^2}-4)}{x^2(2-\frac{1}{x})} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\boxed{\frac{5}{x^2}}^{\nearrow 0} - 4}{2 - \boxed{\frac{1}{x}}^{\nearrow 0}} \quad (2 \text{ p.})$$

$$= \frac{0-4}{2-0}$$

$$= \underline{\underline{-2}} \quad (1 \text{ p.})$$

KÄÄNNÄ →

3. Olkoon $f(x) = -2x^3 + 4$.

a) Osoita, että funktiolla $f(x)$ on olemassa käänteisfunktio. (2 p.)

b) Mikä on käänteisfunktion lauseke $f^{-1}(x)$? (2 p.)

c) Laske arvot $f(2)$ ja $f^{-1}(-12)$. (2 p.)

a)

$$f(x) = -2x^3 + 4$$

$$f'(x) = -6x^2 \leq 0 \quad (1 \text{ p.})$$

Siis $f(x)$ on aidosti vähenevä, (1 p.)
joten sillä on käänteisfunktio.

b)

$$y = f(x)$$

$$y = -2x^3 + 4 \parallel \text{Ratkaistaan } x$$

$$2x^3 = 4 - y \parallel : 2$$

$$x^3 = \frac{4 - y}{2} \quad (1 \text{ p.})$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{4 - y}{2}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{4 - x}{2}}}} \quad (1 \text{ p.})$$

c)

$$f(2) = -2 \cdot 2^3 + 4 = -16 + 4 = \underline{\underline{-12}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$f^{-1}(-12) = \sqrt[3]{\frac{4 - (-12)}{2}} = \sqrt[3]{8} = \underline{\underline{2}} \quad (1 \text{ p.})$$