

# MAA13 (Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi)

## Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Laske lukujonon  $(a_n)$  raja-arvo, kun  $a_n = \frac{3n^2 + 2}{n - n^2}$ . (3 p.)

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2}{n - n^2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cancel{n^2} \left(3 + \frac{2}{n^2}\right)}{\cancel{n^2} \left(\frac{1}{n} - 1\right)} \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \boxed{\frac{2}{n^2}}^{\nearrow 0}}{\boxed{\frac{1}{n}}^{\searrow 0} - 1} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{-1} \\ &= \underline{\underline{-3}} \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

2. Laske välivaiheineen  $\sum_{i=2}^{10} (-3)^{-i}$ . Anna vastaus kuuden desimaalin tarkkuudella. (3 p.)

$$\sum_{i=2}^{10} (-3)^{-i} = \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \frac{1}{(-3)^4} + \dots + \frac{1}{(-3)^{10}} \quad (1 \text{ p.}) \quad \parallel \text{ Geometrinen summa, } q = -\frac{1}{3}$$

$$= \frac{a_1(1 - q^9)}{1 - q} \quad \text{HUOM!! } n = 9.$$

$$= \frac{\frac{1}{9}(1 - (-\frac{1}{3})^9)}{1 - (-\frac{1}{3})} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= 0,08333756... \approx \underline{\underline{0,083338}} \quad (1 \text{ p.})$$

3. Laske välivaiheineen  $\sum_{i=2}^{\infty} (-3)^{-i}$ . Anna vastauksena tarkka arvo. (3 p.)

$$\begin{aligned}\sum_{i=2}^{\infty} (-3)^{-i} &= \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \frac{1}{(-3)^4} + \dots && \parallel \text{ Geometrisen sarja, } q = -\frac{1}{3} \\ &= \frac{a_1}{1-q} && -1 < -\frac{1}{3} < 1 \Rightarrow \text{ sarja suppenee! } \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \frac{\frac{1}{9}}{1 - (-\frac{1}{3})} && \\ &= \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{12} && (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

4. Perustele, suppeneeko vai hajaantuuko geometrisen sarja  $1, 1-1, 21+1, 331-\dots$  (3 p.)

$$\text{Suhdeluku } q = \frac{-1,21}{1,1} = \frac{1,331}{-1,21} = -1,1. \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{Koska } |q| = |-1,1| = 1,1 > 1, \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{niin sarja hajaantuu.} \quad (1 \text{ p.})$$