

15. Laskujärjestys

Pohdintatehtävä

Lauseke $\frac{23-4 \cdot 7+2^2}{3 \cdot 6-2}$ tarkoittaa samaa kuin $(23-4 \cdot 7+2^2):(3 \cdot 6-2)$. Missä järjestyksessä laskutoimitukset suoritetaan?

Lopputulokset riippuu laskujen suoritusjärjestyksestä. Jotta kaikki laskisivat laskut samalla tavalla, on sovittu yleiset säännöt laskutoimitusten järjestykselle.

Laskujärjestys

1. Sulkeissa olevat laskutoimitukset. Sisimmät sulkeet lasketaan ensin.
2. Potenssit
3. Kerto- ja jakolaskut vasemmalta oikealle.
4. Yhteen- ja vähennyslaskut vasemmalta oikealle.

Jos tehtävässä on pelkkiä yhteenlaskuja, voidaan yhteenlaskettavien järjestystä vaihtaa. Sama on voimassa myös peräkkäisten kertolaskujen kesken.

Yhteen- ja kertolaskun vaihdantalait

$$a + b = b + a \quad \text{ja} \quad a \cdot b = b \cdot a$$

Esimerkki 1.

a) Lasketaan $6+4 \cdot 10-2^3$.

$$6+4 \cdot 10-\overset{\text{ensiksi}}{2^3}=6+\overset{\text{toiseksi}}{4 \cdot 10}-8=\overset{\text{samanarvoisia}}{6+40-8}=38$$

b) Lasketaan $\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)$.

$$\frac{3}{8} \cdot \overset{\text{ensiksi}}{\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)}=\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)=\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{3-2}{4}\right)=\overset{\text{toiseksi}}{\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4}}=\frac{3 \cdot 1}{8 \cdot 4}=\frac{3}{32}$$

c) Lasketaan $\frac{7}{8} - \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$.

$$\frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 5} = \frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{7-5}{8-8} = \frac{7-5}{8} = \frac{2^1}{8} = \frac{1}{4}$$

ensiksi
toiseksi

Matematiikassa käytettäviä sulkumerkkejä voidaan verrata kirjoituksessa käytettäviin välimerkkeihin. Esimerkiksi virke ”Teemu huusi Juho jarruta jo” ei ole ilman välimerkkejä yksiselitteinen. Se voi tarkoittaa joko: ”Teemu”, huusi Juho, ”jarruta jo!” tai Teemu huusi: ”Juho, jarruta jo!”

| sulkumerkit | nimitykset |
|-------------|--------------|
| () | kaarisulkeet |
| [] | hakasulkeet |
| { } | aaltosulkeet |

Jos samassa lausekkeessa on useita sisäkkäisiä sulkulausekkeita, kaarisulkeet ovat sisimpinä ja niiden sisällä olevat laskut lasketaan ensiksi. Toiseksi lasketaan hakasulkeiden sisällä olevat lausekkeet ja kolmanneksi aaltosulkeissa olevat laskut.

Esimerkki 2.

Lasketaan 66: $\{3 + [5 \cdot (4 + 2)]\}$.

$$66 : \{3 + [5 \cdot (4 + 2)]\} = 66 : \{3 + [5 \cdot 6]\} = 66 : \{3 + 30\} = 66 : 33 = 11$$

ensiksi
toiseksi
kolmanneksi

Tehtäviä

308.

Laske.

- a) $112 - 20 + 3$
- b) $33 - 3 \cdot 3$
- c) $4 + 5 \cdot 6$
- d) $9 + 9^2$

309.

Laske.

- a) $2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$
- b) $7 - 3 \cdot \frac{5}{6}$
- c) $(3 - 2) : 6$
- d) $\frac{4}{5} : 6 - \frac{1}{20}$

310.

Laske.

- a) $18 + [15 - (4 - 2 \cdot 3)]$
- b) $18 + 15 - 4 - 2 \cdot 3$
- c) $18 + (15 - 4 - 2) \cdot 3$
- d) $[18 + 15 - (4 - 2)] \cdot 3$

311.

Muodosta laskulauseke ja laske.

- a) Lukujen 20 ja 1 summan ja luvun 4 tulo.
- b) Lukujen 15 ja 5 erotuksen ja luvun 7 tulo.

312.

Laske.

- a) $10 - 2 \cdot (9 - 3 \cdot 2) + 2$
- b) $\frac{2 - (7 - 2 \cdot 4)}{-2}$
- c) $5 + \frac{(4 - 8) \cdot 2}{4}$
- d) $6 - (2 - (3 + 1) + 4)$

313.

Laske.

- a) $(32 + 29) - (34 - 9)$
- b) $320 + (51 + 24 - 95) - (100 + 20) + (45 - 78)$
- c) $13 - (4 + 7) - (20 - 5)$
- d) $(12 - 3) - (-3 + 4) + (-1 - 5)$

314.

Muodosta laskulauseke ja laske.

- a) Lukujen 20 ja 8 summan ja luvun 4 osamäärä.
- b) Lukujen 16 ja 2 erotuksen ja luvun 7 osamäärä.

315.

Laske.

- a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right)$
- c) $\frac{8}{9} - \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$
- d) $\left(\frac{8}{9} - \frac{1}{2} \right) : \frac{4}{5}$

316. Laskintehtävä

Laske.

- a) $1 - 2^4$
- b) $(1 - 2)^4$
- c) $(5 \cdot 2)^2$
- d) $(2 \cdot 3)^4$
- e) $\frac{25}{5^2}$

soveltavat tehtävät

317.

Lisää sulkeet niin, että lauseke pitää paikkaansa.

- a) $12 + 3 \cdot 0 = 0$
- b) $16 - 7 \cdot 5 = 45$
- c) $14 + 8 - 6 \cdot 3 = 20$
- d) $80 - 3 \cdot 2 + 4 = 62$

318.

Laske.

- a) $\{2 \cdot 3 + 2 \cdot [4 + 5 \cdot (9 - 7)]\}$
- b) $\{24 : 2 - 2 \cdot [3 \cdot 2 - (6 - 1)]\}$
- c) $2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 5 \cdot 9 - 7$
- d) $24 : 2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 - 6 - 1$

319.

Laske.

- a) $(8 + 6) \cdot 11 - 2^3$

- b) $8 + 6 \cdot (11 - 2^3)$
 c) $(8 + 6) \cdot (11 - 2^3)$
 d) $8 + 6 \cdot 11 - 2^3$

320.

Lisää sulkeet niin, että lauseke pitää paikkaansa.

- a) $72 : 12 - 3 + 2 = 10$
 b) $24 + 26 : 4 + 6 = 5$
 c) $144 : 12 - 7 \cdot 3 = 15$
 d) $100 : 5 - 3 + 6 = 56$

321. Laskintehtävä

Laske.

- a) $8^2 \cdot (3^3 - 5^2) + 12^2 : (4^3 + 2 \cdot 4)$
 b) $4 \cdot 5^3 : (3 \cdot 6 + 2) - 6^3 : 18$
 c) $6^2 \cdot 4 - 2 \cdot 3 + 5^3$
 d) $9^2 \cdot 2 - 2^3 : 4$

322.

Lukuja 1,4,6 ja 8 on käytettävä kutakin vain kerran. Laskutoimitusmerkkejä +, -, · ja : saa käyttää mielivaltaisen monta kertaa. Sulkumerkkejä ei saa käyttää. Kirjoita laskulauseke, jonka tulos on 26.

323.

Laske.

- a) $5 \cdot (8 + 7 \cdot 10) - 6 \cdot (28 - 17) + 4 \cdot (3 \cdot 8 - 23)$
 b) $5 \cdot 8 + 7 \cdot 10 - 6 \cdot 28 - 17 + 4 \cdot 3 \cdot 8 - 23$
 c) $3 + 2 \cdot (4 - 2) + 6 : (1 + 2)$
 d) $3 + 2 \cdot 4 - 2 + 6 : 1 + 2$

vaativat tehtävät

324.

- a) $-24 + 7 \cdot (-3)$
 b) $\frac{9}{-3} - 2 \cdot (-4)$
 c) $\frac{-2 \cdot (-2) \cdot (-2) - (-2) - (-2)}{-2 + (-2)}$

325.

Mitkä väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia?

- a) $\frac{5+3}{2} < 6-3$
 b) $\frac{10-1}{100} < 8+2$

$$c) \frac{10+8-3}{7-2 \cdot 2} < 6$$

$$d) 8-2 \cdot 3 \geq (-2) \cdot 8$$

326.

Laske.

$$a) 1 + \frac{1}{1+1}$$

$$b) 1 + \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{(1+1)} \right]}$$

$$c) 1 + \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{(1+1)} \right]} \right\}}$$

327.

Määritä seuraava 50 tekijän tulo: $(1+1) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{50}\right)$.

328.

Laske murtoluvuilla ilman laskinta ja anna tulokset sievennettyinä yksinkertaisimpaan muotoonsa. (pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen 1993)

$$a) \frac{4}{3} + \frac{3}{2} - 1$$

$$b) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{7}$$

$$c) \left(3 - 2 \cdot \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{7}{3}$$

d) $\frac{3}{4}$

303.

-

304.

a) $\frac{5}{18}$

b) $\frac{8}{9}$

c) $\frac{8}{10}$ ja $\frac{2}{3}$

305.

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{5}{11}$

c) $-\frac{1}{9}$

306.

a) $\frac{2}{a}$

b) $2b$

c) $\frac{ab}{4}$

d) $\frac{20}{ab}$

307.

$\frac{ad}{bc}$

308.

a) 95

b) 24

c) 34

d) 90

309.

a) $\frac{1}{4}$

b) $4\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{12}$

310.

a) 35

b) 23

c) 45

d) 93

311.

a) $(20+1) \cdot 4 = 84$

b) $(15-5) \cdot 7 = 70$

312.

a) 6

b) $-\frac{3}{2}$

c) 3

d) 4

313.

a) 36

b) 147

c) -13

d) 2

314.

a) $(20+8) : 4 = 7$

b) $(16-2) : 7 = 2$

315.

a) $\frac{1}{12}$

b) $\frac{5}{24}$

c) $\frac{22}{45}$

d) $\frac{35}{72}$

316.

a) -15

b) 1

c) 100

d) 1296

e) 1

317.

- a) $(12+3) \cdot 0 = 0$
- b) $(16-7) \cdot 5 = 45$
- c) $14 + (8-6) \cdot 3 = 20$
- d) $80 - 3 \cdot (2+4) = 62$

318.

- a) 34
- b) 10
- c) 52
- d) -7

319.

- a) 146
- b) 26
- c) 42
- d) 66

320.

- a) $72 : (12-3) + 2 = 10$
- b) $(24+26) : (4+6) = 5$
- c) $[(144 : 12) - 7] \cdot 3 = 15$
- d) $100 : (5-3) + 6 = 56$

321.

- a) 130
- b) 13
- c) 263
- d) 160

322.

Esimerkiksi $8 \cdot 4 : 1 - 6$

323.

- a) 328
- b) -2
- c) 9
- d) 17

324.

- a) -45
- b) 5
- c) 1

325.

- a) epätosi
- b) tosi

- c) tosi
- d) tosi

326.

- a) $1\frac{1}{2}$
- b) $1\frac{2}{3}$
- c) $1\frac{3}{5}$

327.

$$(1+1) \cdot \left(1+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1+\frac{1}{50}\right)$$
$$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{50}{49} \cdot \frac{51}{50} = 51$$

328.

- a) $1\frac{5}{6}$
- b) $\frac{5}{14}$
- c) $\frac{3}{14}$

329.

- a) $4623 = 4000 + 600 + 20 + 3$
- b) $8756 = 8000 + 700 + 50 + 6$
- c) $238519 = 200000 + 30000 + 8000 + \underline{\quad} 500 + 10 + 9$
- d) $9814 = 9 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1$ $7652 = 7 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1$

330.

- a) 3,25
- b) 1,08
- c) 0,04
- d) 0,125

331.

- a) $\frac{1}{1000}$
- b) $\frac{3}{25}$
- c) $1\frac{3}{4}$
- d) $\frac{1}{3}$