

MAA2 (Polynomifunktiot ja –yhtälöt)

Kurssikoe

RATKAISUT

A-OSA

1. a) Ratkaise yhtälö $2x^2 = 8$

$$2x^2 = 8 \parallel :2$$

$$x^2 = 4 \parallel \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{x = -2 \text{ tai } x = 2}}$$

b) Ratkaise yhtälö $x^3 = -8$

$$x^3 = -8 \parallel \sqrt[3]{\quad}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

c) Ratkaise yhtälö $(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = -3$

$$(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = -3$$

$$x^2 - \sqrt{7}^2 = -3$$

$$x^2 - 7 = -3$$

$$x^2 = 4$$

$$\underline{\underline{x = -2 \text{ tai } x = 2}}$$

2. a) Ratkaise yhtälö $(x - 2)^2 = 4$

$$(x - 2)^2 = 4$$

$$x - 2 = -2 \text{ tai } x - 2 = 2$$

$$\underline{\underline{x = 0 \text{ tai } x = 4}}$$

(Voi ratkaista myös ratkaisukaavalla)

b) Laske

$$\begin{aligned} (2x+3)(2-x) - 3x(4-x) &= 4x - 2x^2 + 6 - 3x - 12x + 3x^2 \\ &= \underline{\underline{x^2 - 11x + 6}} \end{aligned}$$

c) Ratkaise yhtälö

$$2x(3-x)(x+2)(x-1) = 0 \parallel TNS$$

$$2x = 0 \text{ tai } 3-x = 0 \text{ tai } x+2 = 0 \text{ tai } x-1 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 0 \text{ tai } x = 3 \text{ tai } x = -2 \text{ tai } x = 1}}$$

B-OSA

1. Olkoon funktio $f(x) = (x-3)^2$.

a) Mikä on funktion arvo kohdassa nolla? $f(0) = (0-3)^2 = \underline{\underline{9}}$

b) Määritä funktion nollakohdat.

$$f(x) = 0$$

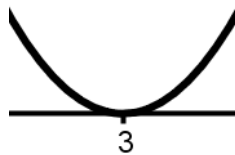
$$(x-3)^2 = 0 \parallel \text{TNS}$$

$$x-3 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

c) Milloin funktion arvot ovat pienempiä kuin nolla?

Vast. Ei milloinkaan, sillä $(x-3)^2 \geq 0$



2. Ratkaise epäyhtälöt a) $(x+1)^2 \leq 1$ b) $x^3 < x^2$. (yoS04/1).

a)

$$(x+1)^2 \leq 1$$

$$x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

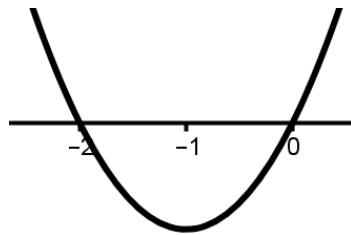
$$x^2 + 2x \leq 0$$

Nollakohdat:

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = -2$$



Vast: $-2 \leq x \leq 0$

b)

$$x^3 < x^2$$

$$x^3 - x^2 < 0$$

Nollakohdat:

$$x^3 - x^2 = 0$$

$$x^2(x-1) = 0$$

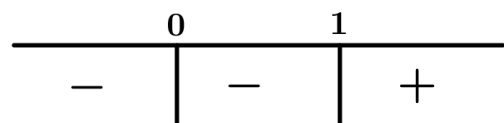
$$x = 0 \text{ tai } x = 1$$

$$f(x) = x^3 - x^2$$

$$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 = -2 < 0$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \dots = -\frac{1}{8} < 0$$

$$f(2) = \dots = 4 > 0$$



Vast: $0 < x < 1$ tai $x < 0$

3. Sievennä. Välivaiheet näkyviin!

a)

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{(x-1)\cancel{(x+1)}}{(x+1)^2}$$
$$= \frac{(x-1)}{\underline{\underline{(x+1)}}}$$

b)

$$\frac{(\sqrt{x}-1)(1+\sqrt{x})}{x-1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$
$$= \frac{\sqrt{x^2-1^2}}{x-1}$$
$$= \frac{x-1}{x-1} = 1$$

4. Millä vakion a arvoilla funktiolla $g(x) = x^2 + 4x + a$ on kaksi nollakohtaa?

Funktiolla on kaksi nollakohtaa, kun yhtälöllä $x^2 + 4x + a = 0$ on kaksi ratkaisua.

$$\rightarrow D > 0.$$

$$4^2 - 4 \cdot 1 \cdot a > 0$$

$$-4a > -16 \quad || : (-4)$$

$$\underline{\underline{a < 4}}$$

5. Millä vakion a arvoilla epäyhtälöllä $x^2 + ax + 5 \leq 0$ ei ole ratkaisua?

$x^2 + ax + 5 \leq 0$, kun paraabeli on kokonaan x -akselin yläpuolella.

\rightarrow Ei nollakohtia

\rightarrow Yhtälön $x^2 + ax + 5 = 0$ diskriminantin on oltava negatiivinen.

$$a^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 < 0$$

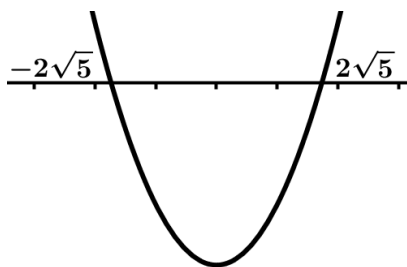
$$a^2 - 20 < 0$$

Nollakohdat:

$$a^2 - 20 = 0$$

$$a^2 = 20$$

$$a = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$$



$$\text{Vast: } \underline{\underline{-2\sqrt{5} < a < 2\sqrt{5}}}$$

6. Määritä ne kolme peräkkäistä kokonaislukua, joiden neliöiden summa on 1202.

Olkoon luvut x , $x+1$ ja $x+2$.

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 1202$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 1202$$

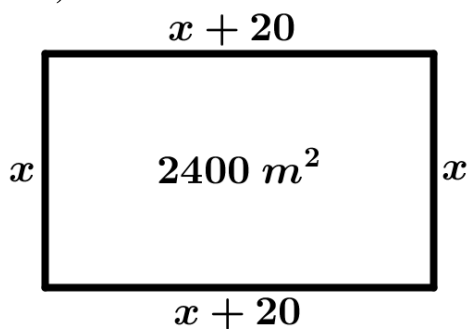
$$3x^2 + 6x - 1197 = 0$$

$$x = -21 \text{ tai } x = 19 \text{ (laskimella tai ratk.kaavalla)}$$

Vast: Luvut ovat -21 , -20 ja -19 tai 19 , 20 ja 21 .

7. Suorakulmion muotoisen koirapuiston pituus on 20 m suurempi kuin leveys ja alueen pinta-ala on 2400 m². a) Kuinka paljon aitaa tarvitaan puiston aitaamiseen? b) Paljonko aitaa tarvitaan, jos samankokoinen koirapuosto tehdään niin, että sen pituus on kuusikertaa niin pitkä kuin leveys?

a)



$$x(x+20) = 2400$$

$$x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$(x = -60) \text{ tai } x = 40 \text{ (laskin tai ratk.kaavalla!)}$$

Aitaa tarvitaan:

$$2x + 2(x+20) = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 60 = \underline{\underline{200 \text{ m}}}$$

b)

$$6x \cdot x = 2400$$

$$6x^2 = 2400 \quad || : 6$$

$$x^2 = 400$$

$$(x = -20) \text{ tai } x = 20.$$

Aitaa tarvitaan:

$$2x + 2 \cdot 6x = 14x = 14 \cdot 20 = \underline{\underline{280 \text{ m}}}$$