

MAA2 (Polynomifunktiot ja –yhtälöt)

Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. a) Ratkaise ilman laskinta funktion $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ nollakohdat. (3 p.)

b) Ratkaise graafisesti laskimen tai GeoGebran avulla, millä muuttujan x arvoilla funktio $f(x)$ saa negatiivisia arvoja? (1 p.)

c) Ratkaise algebrallisesti (luomalla merkkikaavio), millä muuttujan x arvoilla funktio $f(x)$ saa negatiivisia arvoja? (4 p.)

a)

Funktion nollakohdat:

$$x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 2x - 3) = 0$$

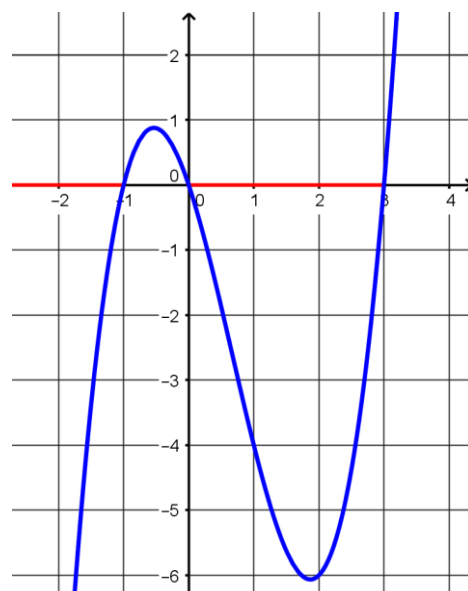
$$x = 0 \text{ tai } x^2 - 2x - 3 = 0 \quad (\text{ratkaisukaavalla!})$$

$$\underline{x = 0 \text{ tai } x = -1 \text{ tai } x = 3} \quad (1 \text{ p.} + 1 \text{ p.} + 1 \text{ p.})$$

b)

Kuvaajan perusteella funktio saa negatiivisia arvoja, kun

$$x < -1 \text{ tai } 0 < x < 3 \quad (1 \text{ p.})$$



c)

Koska kyseessä on jatkuva funktio (kaikki polynomit ovat jatkuvia, jatkuva funktio voi vaihtaa merkkiään vain nollakohdassa), riittää laskea yksi funktion arvo kullakin merkkikaavion välillä. Esimerkiksi:

$$\begin{aligned} f(-2) &= (-2)^3 - 2(-2)^2 - 3(-2) \\ &= -8 - 8 + 6 && \text{(merkitään miinus-merkki ensimmäiseen ruutuun)} \\ &= -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{8} - \frac{4}{8} + \frac{12}{8} && \text{(merkitään plus-merkki toiseen ruutuun)} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= (1)^3 - 2(1)^2 - 3(1) \\ &= 1 - 2 - 3 && \text{(merkitään miinus-merkki kolmanteen ruutuun)} \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= (4)^3 - 2(4)^2 - 3(4) \\ &= 64 - 32 - 12 && \text{(merkitään plus-merkki neljänteen ruutuun)} && (1 \text{ p.}) \\ &= 20 \end{aligned}$$

Merkkikaavio on siis: (2 p.)

	-1	0	3
-	+	-	+

Vastaus: Merkkikaavion perusteella funktio saa negatiivisia arvoja, kun $x < -1$ tai $0 < x < 3$ (1 p.)

2. Supista murtolauseke $\frac{2x^3 - 12x^2}{x^4 - 5x^3 - 6x^2}$ **(4 p.)**

$$\frac{2x^3 - 12x^2}{x^4 - 5x^3 - 6x^2} = \frac{2x^2(x-6)}{x^2(x^2 - 5x - 6)} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \frac{2x^2(x-6)}{x^2(x-6)(x+1)} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \frac{2}{\underline{x+1}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = -1 \text{ tai } x = 6 \text{ (ratk.kaavalla) (1 p.)}$$