

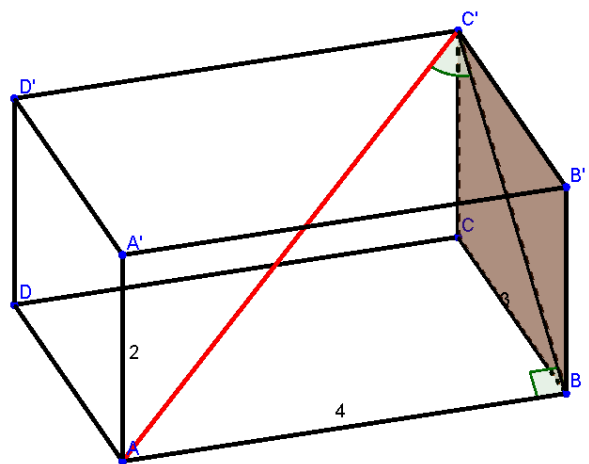
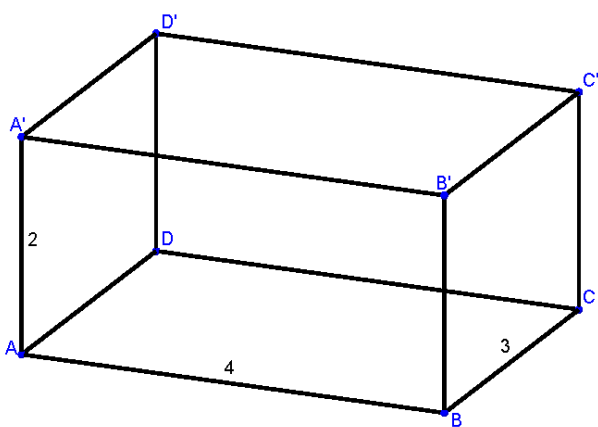
MAA3 (Geometria)

Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. a) Laske kuvan suorakulmaisen särmiön avaruuslävistäjän AC' pituuden tarkka arvo. (1 p.)

b) Laske särmiön kärjestä A lähtevän avaruuslävistäjän ja tahkon $BCC'B'$ välinen kulma asteen kymmenesosan tarkkuudella. (2 p.)



a) $|AC'| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{29}}}$ (1 p.)

b) Kysytty kulma on suorakulmaisen kolmion ABC' kulma C' . Merkitään $\alpha = \sphericalangle C'$.

$$\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{29}} \quad || \sin^{-1} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\alpha = 47,9688\dots^\circ$$

$$\alpha \approx \underline{\underline{48,0^\circ}} \quad (1 \text{ p.})$$

2. Suoran neliöpohjaisen pyramidin tilavuus on 8 m^3 ja pohjaneliön sivun pituus on 2 m.

a) Laske pyramidin korkeus. (2 p.)

b) Laske pyramidin pohjan ja sivutahkon välinen kulma asteen kymmenesosan tarkkuudella. (2 p.)

c) Laske pyramidin pohjan ja sivusärmän välinen kulma asteen kymmenesosan tarkkuudella. (3 p.)

d) Piirrä oikeanlainen tehtävän pyramidi GeoGebraan 3D-työkaluilla. Laita myös näkyviin kulmatyökalulla b)- ja c)-kohdissa lasketut kulmat.

Vihje: käytä koordinaatistoa hyväksesi, kun asetat pyramidin kärkipisteitä (2 p.)

a) Korkeus h voidaan ratkaista tilavuuden kaavasta $V = \frac{1}{3} \cdot A_p \cdot h$,

$$\frac{1}{3} \cdot (2 \cdot 2) \cdot h = 8 \quad (\text{m}^3) \quad (1 \text{ p.})$$

$$\frac{4}{3} h = 8 \quad ||: \frac{4}{3}$$

$$\underline{\underline{h = 6 \text{ (m)}}} \quad (1 \text{ p.})$$

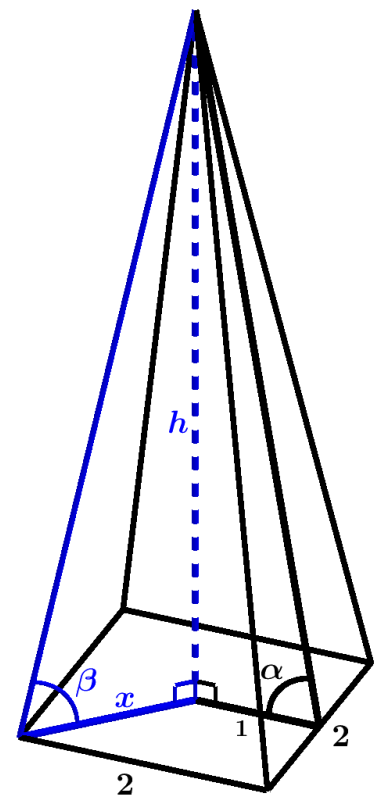
b) Olkoon kysytty kulma α . Kuvan suorakulmaisesta kolmiosta saadaan:

$$\tan \alpha = \frac{h}{1}$$

$$\tan \alpha = \frac{6}{1} = 6 \quad || \tan^{-1} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\alpha = 80,5376\dots^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha \approx 80,5^\circ}} \quad (1 \text{ p.})$$



c) Olkoon kysytty kulma β . Ratkaistaan ensin x , joka on puolet pohjaneliön lävistäjästä:

$$2x = 2\sqrt{2} \quad (\text{muistisääntö: neliön halkaisija on } \sqrt{2} \text{ -kertainen neliön sivu}$$

$$x = \sqrt{2} \quad \text{tai laskemalla pythagoraalla...)} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\tan \beta = \frac{h}{x}$$

$$\tan \beta = \frac{6}{\sqrt{2}} \quad || \tan^{-1} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\beta = 76,7373\dots^\circ$$

$$\underline{\underline{\beta \approx 76,7^\circ}} \quad (1 \text{ p.})$$

d) Arvostelu: oikeat mitat kuvassa (1 p.), pyydytyt kulmat näkyvissä (1 p.)

