

MAA4 (Vektorit)

Välitesti 2 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Olkoon piste $A = (-2, 5)$ ja $B = (2, -1)$.

a) Muodosta vektori \overline{AB} . (1 p.)

b) Laske vektorin \overline{AB} pituus. (1 p.)

c) Muodosta vektorin \overline{AB} kanssa vastakkaissuuntainen vektori \overline{b} , jonka pituus on 2. (2 p.)

a)

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= (2 - (-2))\vec{i} + (-1 - 5)\vec{j} \\ &= \underline{\underline{4\vec{i} - 6\vec{j}}}\end{aligned}\quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$\begin{aligned}|\overline{AB}| &= \sqrt{4^2 + (-6)^2} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{52}}}\end{aligned}\quad (1 \text{ p.})$$

c)

$$\begin{aligned}\overline{b} &= -2 \cdot \frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} \\ &= -2 \cdot \frac{4\vec{i} - 6\vec{j}}{\sqrt{52}} \\ &= \underline{\underline{-\frac{8}{\sqrt{52}}\vec{i} + \frac{12}{\sqrt{52}}\vec{j}}}\end{aligned}\quad (1 \text{ p.})$$

2. Ovatko vektorit $\vec{a} = -2\vec{i} - 8\vec{j} + 6\vec{k}$ ja $\vec{b} = 5\vec{i} + 20\vec{j} - 15\vec{k}$ vastakkaissuuntaiset? (4 p.)

$$\vec{a} = t \cdot \vec{b}$$

$$-2\vec{i} - 8\vec{j} + 6\vec{k} = t \cdot (5\vec{i} + 20\vec{j} - 15\vec{k}) \quad (1 \text{ p.})$$

$$-2\vec{i} - 8\vec{j} + 6\vec{k} = 5t\vec{i} + 20t\vec{j} - 15t\vec{k}$$

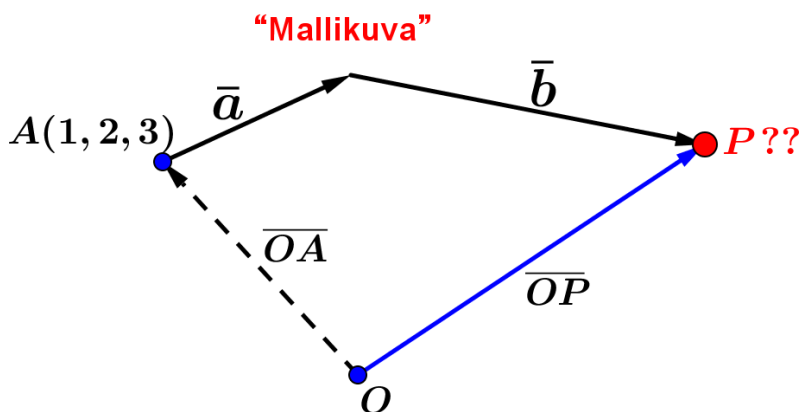
$$\begin{cases} 5t = -2 & \Rightarrow t = -\frac{2}{5} \\ 20t = -8 & \Rightarrow t = -\frac{8}{20} = -\frac{2}{5} \\ -15t = 6 & \Rightarrow t = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5} \end{cases} \quad (2 \text{ p.})$$

Sama t , joten vektorit ovat yhdensuuntaiset. Koska lisäksi $t < 0$,
ovat vektorit vastakkaissuuntaiset!

(1 p.)

3. Mihin pisteeseen päädytään, kun lähdetään pisteestä $A = (1, 2, 3)$ ja edetään vektorit $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ja $\vec{b} = -\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$? (4 p.)

Olkoon kysytty piste P.



Muodostetaan pisteen P paikkavektori:

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{a} + \vec{b} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} + (\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}) + (-\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}) \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k} \quad (1 \text{ p.})$$

Siis piste $P = (1, 4, 8)$ (1 p.)