

## MAA4 (Vektorit)

### Välitesti 3 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuoheen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ovatko vektorit  $\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$  ja  $\vec{b} = -5\vec{i} + 5\vec{j} + 5\vec{k}$  kohtisuorassa toisiaan vastaan? (3 p.)

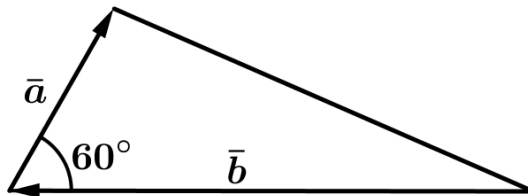
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-5) + 4 \cdot 5 + (-3) \cdot 5 \quad (1 \text{ p.})$$

$$= -5 + 20 - 15$$

$$= 0 \quad (1 \text{ p.})$$

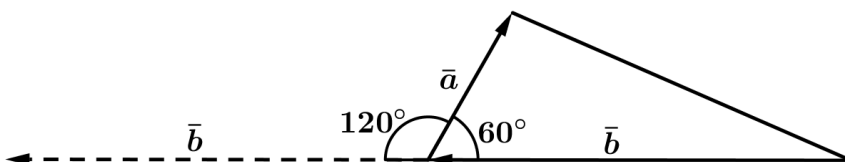
$$\Rightarrow \text{joten vektorit ovat kohtisuorassa!} \quad (1 \text{ p.})$$

2. Kuvan kolmion sivuvektorien pituudet ovat  $|\vec{a}| = 2$  ja  $|\vec{b}| = 5$ . Laske pistetulo  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ . (3 p.)



Voidaan käyttää pistetulon geometrista määritelmää:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

Vektorien välisessä kulmassa vektorien on alettava samasta pisteestä, joten siirretään vektoria  $\vec{b}$  kuvan mukaisesti. Tällöin vektorien välinen kulma on  $120^\circ$ .



(1 p. kuva!)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) \quad (1 \text{ p.})$$

$$= 2 \cdot 5 \cdot \cos(120^\circ)$$

$$= \underline{\underline{-5}} \quad (1 \text{ p.})$$

3. Laske vektorien  $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$  ja  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  välinen kulma asteen kymmenesosan tarkkuudella. (6 p.)

$$\begin{aligned}\cos(\vec{a}, \vec{b}) &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \\ &= \frac{2 \cdot 1 + (-5) \cdot (-2) + 0 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + (-5)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} \quad (2 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$= \frac{12}{\sqrt{29}\sqrt{6}} \quad (2 \text{ p.})$$

$$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 24,533637\dots^\circ \quad (1 \text{ p.})$$

$$\approx \underline{\underline{24,5^\circ}} \quad (1 \text{ p.})$$