

## MAA4 (Vektorit)

### Välitesti 4 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuoheen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Suora kulkee pisteen  $A = (1, 2, 3)$  kautta ja suoralla on suuntavektori  $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ .

a) Muodosta suoran vektoryhtälö ja parametriesitys. (2 p.)

b) Kulkeeko suora pisteen  $P = (-5, 5, -12)$  kautta? (2 p.)

a)

Suoran vektoryhtälö:

$$\begin{aligned}\overline{OP} &= \overline{OA} + t\vec{v} \\ &= \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} + t(2\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}) \\ &= \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} + 2t\vec{i} - t\vec{j} + 5t\vec{k} \\ \underline{\underline{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (1+2t)\vec{i} + (2-t)\vec{j} + (3+5t)\vec{k}}} & \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

Suoran parametriesitys:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 5t, t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

Sijoitetaan pisteen P koordinaatit suoran parametreyhtälöön:

$$\begin{cases} -5 = 1 + 2t & \Rightarrow -2t = 6 & \Rightarrow t = -3 \\ 5 = 2 - t & \Rightarrow t = -3 & \Rightarrow t = -3 \\ -12 = 3 + 5t & \Rightarrow -5t = 15 & \Rightarrow t = -3 \end{cases} \quad (1 \text{ p.}) \Rightarrow \text{ Sama } t$$

$\Rightarrow$  Piste P on suoran piste! (1 p.)

2. Taso kulkee pisteen  $A(3, 0, 0)$  kautta ja jolla on suuntavektorit  $\vec{u} = \vec{i} - \vec{k}$  ja  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ . Muodosta tason yhtälön parametriesitys. (4 p.)

$$\begin{cases} x = x_0 + u_x s + v_x t \\ y = y_0 + u_y s + v_y t \\ z = z_0 + u_z s + v_z t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 1 \cdot s + 1 \cdot t \\ y = 0 + 0 \cdot s + 2t \\ z = 0 - 1 \cdot s + 1 \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + s + t \\ y = 2t \\ z = -s + t \end{cases} \quad (4 \text{ p.})$$

3. Piste  $P(2, 3, -5)$  on eräs tason piste ja taso on kohtisuorassa pisteen  $P$  paikkavektoria vastaan. Määritä tason normaalimuotoinen yhtälö  $ax + by + cz + d = 0$ . (4 p.)

Taso on kohtisuorassa pisteen  $P$  paikkavektoria vastaan, joten tason eräs *normaalivektori* on tämä paikkavektori:

$$\vec{n} = \overrightarrow{OP} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k} \quad (1 \text{ p.})$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$2x + 3y - 5z + d = 0 \quad || \text{ Sijoitetaan tason tunnettu piste } P(2, 3, -5). \quad (1 \text{ p.})$$

$$2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 - 5 \cdot (-5) + d = 0$$

$$d = -38 \quad (1 \text{ p.})$$

Vastaus: Taso on  $2x + 3y - 5z - 38 = 0$ . (1 p.)