

MAA5 (Vektorit)

Välitesti 4 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Suora kulkee pisteen $A = (1, 2, 3)$ kautta ja suoralla on suuntavektori $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$.

a) Muodosta suoran parametriyhtälö. (3 p.)

b) Kulkeeko suora pisteen $P = (-5, 5, -12)$ kautta? (3 p.)

a)

$$\begin{aligned}\overline{OP} &= \overline{OA} + t\vec{v} \\ &= \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} + t(2\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k})\end{aligned}\quad (1 \text{ p.})$$

$$\begin{aligned}&= \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} + 2t\vec{i} - t\vec{j} + 5t\vec{k} \\ x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} &= (1+2t)\vec{i} + (2-t)\vec{j} + (3+5t)\vec{k}\end{aligned}\quad (1 \text{ p.})$$

Suoran parametriyhtälö:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 5t, t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

Sijoitetaan pisteen P koordinaatit suoran parametriyhtälöön:

$$\left. \begin{cases} -5 = 1 + 2t & \Rightarrow -2t = 6 & \Rightarrow t = -3 \\ 5 = 2 - t & \Rightarrow t = -3 & \Rightarrow t = -3 \\ -12 = 3 + 5t & \Rightarrow -5t = 15 & \Rightarrow t = -3 \end{cases} \right\} (2 \text{ p.}) \Rightarrow \text{ Sama } t$$

\Rightarrow Piste P on suoran piste! (1 p.)

KÄÄNNÄ \rightarrow

2. Osoita, että piste $P(8, 4, 1)$ *ei ole* tasossa, joka kulkee pisteen $A(3, 0, 0)$ kautta ja jolla on suuntavektorit $\bar{u} = \bar{i} - \bar{k}$ ja $\bar{v} = \bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$. (6 p.)

$$\overline{OP} = \overline{OA} + s\bar{u} + t\bar{v}$$

$$8\bar{i} + 4\bar{j} + \bar{k} = 3\bar{i} + s(\bar{i} - \bar{k}) + t(\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}) \quad (1 \text{ p.})$$

$$8\bar{i} + 4\bar{j} + \bar{k} = 3\bar{i} + s\bar{i} - s\bar{k} + t\bar{i} + 2t\bar{j} + t\bar{k}$$

$$8\bar{i} + 4\bar{j} + \bar{k} = (3 + s + t)\bar{i} + 2t\bar{j} + (-s + t)\bar{k} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\begin{cases} 8 = 3 + s + t \\ 4 = 2t \Rightarrow t = 2 \\ 1 = -s + t \Rightarrow s = t - 1 = 2 - 1 = 1 \end{cases} \quad (1 \text{ p.})$$

Sijoitetaan saadut s ja t ylimpään yhtälöön:

$$8 = 3 + s + t$$

$$8 = 3 + 1 + 2$$

$$8 = 6 \text{ epätosi!} \quad (1 \text{ p.})$$

Siiis piste $P(8, 4, 1)$ *ei ole* tason piste. (1 p.)