

# MAA5 (Analyttinen geometria)

## Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

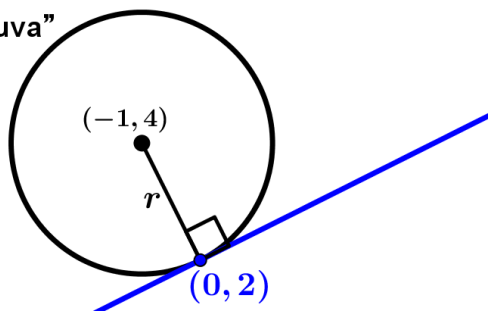
Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ympyrälle  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 5$  piirretään pisteen  $(0,2)$  kautta tangentti. Määritä laskemalla ilman laskinta tangentin yhtälö. (6 p.)

Katsotaan, toteuttaako piste ympyrän yhtälön eli, onko piste ympyrällä:

$$\begin{aligned}(x+1)^2 + (y-4)^2 &= 5 \quad \text{|| sij. } (0,2) \\ (0+1)^2 + (2-4)^2 &= 5 \\ 1+4 &= 5 \\ 5 &= 5 \quad \text{tosi!} \Rightarrow \text{piste on ympyrällä!} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

“Mallikuva”



(1 p. mallikuva)

Säde ja tangentti ovat sivuamispisteessä kohtisuorassa toisiaan vastaan!

Säteen  $r$  kulmakerroin:

$$k_r = \frac{4-2}{-1-0} = -2 \quad (1 \text{ p.})$$

Tangentin kulmakerroin:

$$\begin{aligned}k_t \cdot k_r &= -1 \\ k_t \cdot (-2) &= -1 \\ k_t &= \frac{1}{2} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

Tangentin yhtälö:

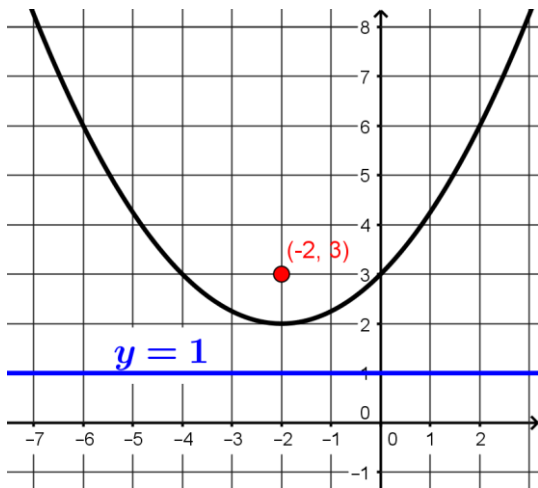
$$\begin{aligned}y - y_0 &= k(x - x_0) \\ y - 2 &= \frac{1}{2}(x - 0) \\ y - 2 &= \frac{1}{2}x \\ \underline{\underline{y &= \frac{1}{2}x + 2}} \quad (2 \text{ p.})\end{aligned}$$

2. Paraabelin polttopiste on  $(-2, 3)$  ja johtosuora  $y = 1$ .

a) Piirrä paraabeli GeoGebraa käyttäen paraabeli-työkalua. (2 p.)

b) Määritä laskemalla ilman laskinta paraabelin yhtälö. (4 p.)

a)



(2 p.)

b) Olkoon  $(x, y)$  paraabelin mielivaltainen piste. Piste on aina yhtä kaukana polttopisteestä ja johtosuorasta:

$$\sqrt{(x - (-2))^2 + (y - 3)^2} = |y - 1| \quad || (\ )^2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = (y - 1)^2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = y^2 - 2y + 1 \quad (1 \text{ p.})$$

$$-4y = -x^2 - 4x - 12 \quad || :(-4)$$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{4}x^2 + x + 3}} \quad (1 \text{ p.})$$