

MAA6 (Derivaatta)

Välitesti 1 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Olkoon $g(x) = \frac{2x+6}{x^2-9}$. (6 p.)

- a) Mikä on funktion määrittelyjoukko?
- b) Ratkaise ilman laskinohjelmistoa funktion nollakohdat.
- c) sievennä funktion lauseke.

a) Funktio $g(x) = \frac{2x+6}{x^2-9}$ ei ole määritelty nimittäjien nollakohdissa. Lasketaan nimittäjien nollakohdat:

$$\begin{aligned}x^2 - 9 &= 0 \\x^2 &= 9 \\x &= -3 \text{ tai } x = 3\end{aligned}$$

Funktion määrittelyjoukko on $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$ (Käy myös määrittelyehto: $x \neq \pm 3$) (2 p.)

b)

$$\begin{aligned}g(x) &= 0 \\ \frac{2x+6}{x^2-9} &= 0 \quad \text{Rationaalilauseke on 0, kun osoittaja on 0} \\ 2x+6 &= 0 \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x &= -6 \\ (x = -3) &\text{ ei kuulu määrittelyjoukkoon!} \quad \underline{\text{Vastaus: Ei nollakohtia!}} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{2x+6}{x^2-9} = \frac{2 \cdot x + 2 \cdot 3}{x^2 - 3^2} \\ &= \frac{2(x+3)}{(x-3)(x+3)} \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \frac{2}{x-3} \quad \underline{\text{Vastaus: } g(x) = \frac{2}{x-3}, \text{ missä } x \neq \pm 3} \quad (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

2. Ratkaise ilman laskinohjelmistoa epäyhtälö $\frac{2x^2+4}{x^2+x} \leq 2$. (6 p.)

$$\begin{aligned} \frac{2x^2+4}{x^2+x} &\leq 2 \\ \frac{2x^2+4}{x^2+x} - \frac{x^2+x}{1} &\leq 0 \\ \frac{2x^2+4-2x^2-2x}{x^2+x} &\leq 0 \\ \frac{4-2x}{x^2+x} &\leq 0 \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

Nollakohdat:

$$\begin{aligned} 4-2x &= 0 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

Merkkikaavio:

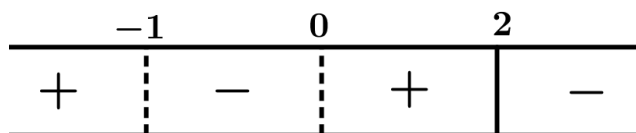
Merkitään $f(x) = \frac{4-2x}{x^2+x}$.

$$\begin{aligned} f(-2) &= 4 \\ f(-0,5) &= -20 \\ f(1) &= 1 \\ f(3) &= -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

Määrittelyehto:

Lasketaan nimittäjän nollakohdat:

$$\begin{aligned} x^2+x &= 0 \\ x(x+1) &= 0 \quad || \text{tns!} \\ x=0 \text{ tai } x+1=0 \\ x=0 \text{ tai } x=-1 &\Rightarrow \text{määrittelyehto } x \neq 0 \text{ ja } x \neq -1. \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$



(Merkkikaavio 1 p.)

Vastaus: $-1 < x < 0$ ja $x \geq 2$ (2 p.)