

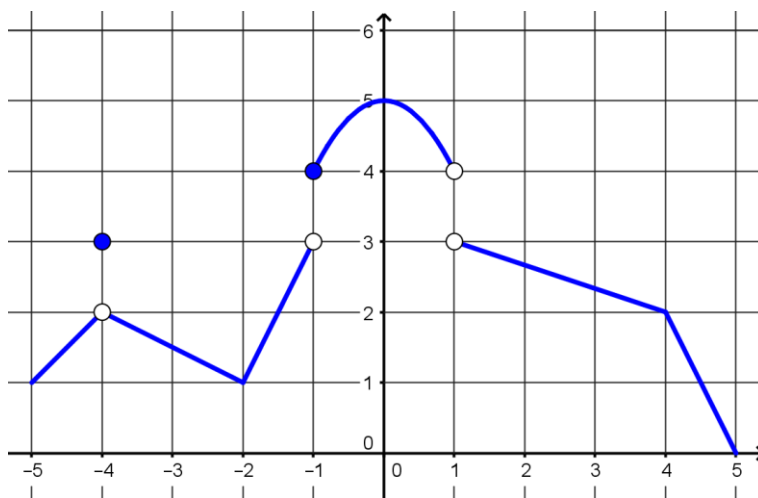
MAA6 (Derivaatta)

Välitesti 2 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä viikkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuoheen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Kuvassa on erään funktion $f(x)$ kuvaaja. Vastaa kuvan perusteella seuraaviin kysymyksiin. (8 p.)

(Jokainen kohta 1 p.)



a) Mitä on $f(-4)$? $f(-4) = \underline{\underline{3}}$

b) Mitä on $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$? $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \underline{\underline{2}}$

c) Perustele *jatkuvuuden määritelmällä*, onko funktio jatkuva vai epäjatkuva kohdassa $x = -4$.

Jatkuvuuden määritelmä: funktio $f(x)$ on jatkuva kohdassa a , jos $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

a) ja b) –kohtien perusteella funktio on epäjatkuva kohdassa $x = -4$, sillä

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \underline{2} \neq \underline{3} = f(-4).$$

d) Perustele *jatkuvuuden määritelmällä*, onko funktio jatkuva vai epäjatkuva kohdassa $x = 4$.

Jatkuvuuden määritelmä: funktio $f(x)$ on jatkuva kohdassa a , jos $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Funktio on jatkuva kohdassa $x = 4$, sillä $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \underline{2} = \underline{2} = f(4)$.

e) Mitä on $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$? $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \underline{\underline{3}}$ (oikean puoleinen raja-arvo!)

f) Perustele, onko funktio jatkuva tai epäjatkua kohdassa $x = 1$. Nyt tarkkana!!

Funktio ei ole määritelty kohdassa $x = 1$, joten se **ei ole jatkuva eikä myöskään epäjatkua** kohdassa $x = 1$. (funktioita ei ole siinä edes olemassa)

g) Perustele, onko funktio vasemmalta jatkuva kohdassa $x = -1$.

$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 3 \quad (\text{vasemman puoleinen raja-arvo!}) \\ f(-1) = 4 \quad (\text{funktion arvo!}) \end{array} \right\} \text{erisuuret} \Rightarrow f(x) \text{ ei ole vasemmalta}$
jatkuva kohdassa $x = -1$.

h) Perustele, onko funktio jatkuva välillä $[-2, -1[$.

Funktio on määritelty koko puoliavoimella välillä $[-2, -1[$ ja on jatkuva välin jokaisessa pisteessä. HUOM! -1 ei kuulu tarkasteltavalle välille!

Funktio $f(x)$ siis on jatkuva välillä $[-2, -1[$.

2. Olkoon funktio $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{kun } x = 2 \\ \frac{x^2 - 4}{4x - 8}, & \text{kun } x \neq 2 \end{cases}$. Tutki, onko funktio jatkuva kohdassa $x = 2$. (4 p.)

Jatkuvuuden määritelmä: funktio $f(x)$ on jatkuva kohdassa a , jos $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{4x - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^2}{4 \cdot x - 4 \cdot 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{4\cancel{(x-2)}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{4} = \frac{2+2}{4} = 1 \quad (2 \text{ p.})$$

$$f(2) = 1 \quad (1 \text{ p.})$$

Siis $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$, joten $f(x)$ on jatkuva kohdassa $x = 2$. (1 p.)