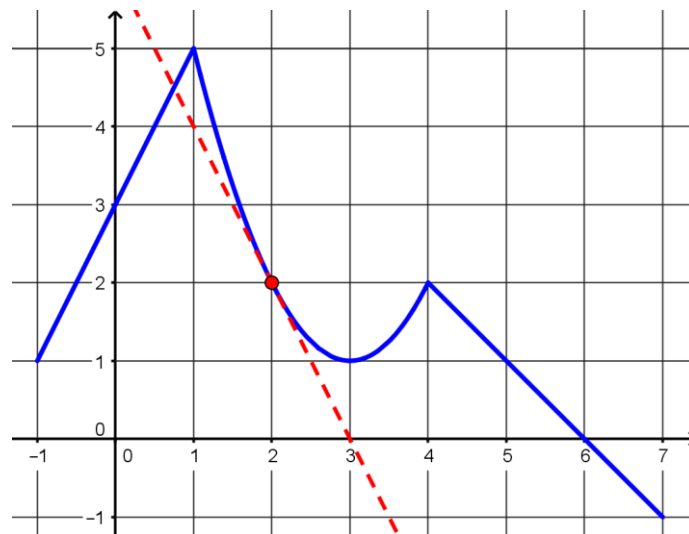


MAA6 (Derivaatta)

Välitesti 3 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuoheen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Kuvassa on välillä $[-1, 7]$ määritellyn funktion $f(x)$ kuvaaja sekä katkoviivalla funktiolle kohtaan $x = 2$ piirretty tangentti. Vastaa kuvaajan perusteella kysymyksiin. (6 p.)



- a) Mitä on funktion arvo kohdassa 2? $f(2) = \underline{\underline{2}}$ (1 p.)
- b) Mitä on funktion derivaatta kohdassa 2? $f'(2) = \underline{\underline{-2}}$ (1 p.)
- c) Missä kohdassa funktion arvo on 0? Kohdassa $\underline{\underline{x=6}}$. (1 p.)
- d) Missä kohdassa funktion derivaatta on 0? Kohdassa $\underline{\underline{x=3}}$. (1 p.)
- e) Mitä on $f(0)$? $f(0) = \underline{\underline{3}}$ (1 p.)
- f) Mitä on $f'(0)$? $f'(0) = \underline{\underline{2}}$ (1 p.)

2. Selvitä käyttäen *derivaatan määritelmää*, mitä on funktion $f(x) = 3x^2 - 1$ derivaatta kohdassa $x = 2$. (3 p.)

Derivaatan määritelmä. Funktion $f(x)$ derivaatta kohdassa $x = a$:

$$\boxed{f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}} \quad \left(\text{tai } f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right)$$

$$\begin{aligned} f(x) = 3x^2 - 1 \quad \Rightarrow \quad f'(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \quad (\text{Voi myös käyttää "h-määritelmää"}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x^2 - 1) - (3 \cdot 2^2 - 1)}{x - 2} \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 1 - 11}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 12}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x^2 - 4)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x^2 - 2^2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 \cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}} \quad (1 \text{ p.}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} 3(x+2) \\ &= 3(2+2) \\ &= \underline{\underline{12}} \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

3. Laske funktiolla $f(x) = (x^2 + x)(2x^3 - 4x^2)$ kohdassa $x = 1$ olevan tangentin kulmakerroin. Käytä *tulon derivointikaavaa*. (3 p.)

$$f(x) = (x^2 + x)(2x^3 - 4x^2)$$

$$f'(x) = (2x+1)(2x^3 - 4x^2) + (x^2 + x)(6x^2 - 8x) \quad (2 \text{ p.})$$

$$\begin{aligned} f'(1) &= (2 \cdot 1 + 1)(2 \cdot 1^3 - 4 \cdot 1^2) + (1^2 + 1)(6 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1) \\ &= 3 \cdot (-2) + 2 \cdot (-2) \\ &= \underline{\underline{-10}} \quad (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$