

MAA6 (Derivaatta)

Välitesti 4 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

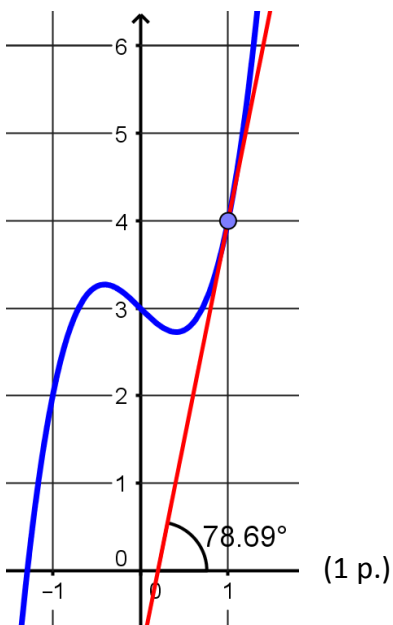
Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Missä kulmassa funktiolle $f(x) = 2x^3 - x + 3$ kohtaan $x = 1$ piirretty tangenti lävistää x -akselin?

a) Ratkaise tehtävä GeoGebralla. (1 p.)

b) Ratkaise tehtävä laskemalla. (2 p.)

a)



b)

$$f(x) = 2x^3 - x + 3$$

$$f'(x) = 6x^2 - 1$$

$$\tan \alpha = k$$

$$\tan \alpha = f'(1) \quad (1 \text{ p.})$$

$$\tan \alpha = 6 \cdot 1^2 - 1$$

$$\tan \alpha = 5 \parallel \tan^{-1}$$

$$\alpha = 78,690\dots^\circ$$

Vastaus. Tangentti lävistää x -akselin $78,7^\circ$ kulmassa. (1 p.)

2. Olkoon funktio $f(x) = -\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3$.

a) Muodosta funktion kulkukaavio ja rajaa se välille $\left[-2, \frac{5}{4}\right]$. (2 p.)

b) Mitkä ovat funktion ääriarvokohtat? Onko funktiolla terassikohtia? (2 p.)

c) Mikä on funktion suurin arvo välillä $\left[-2, \frac{5}{4}\right]$? (1 p.)

a)

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 \quad f'(x) = -x^4 + x^2$$

Derivaatan nollakohdat:

$$f'(x) = 0$$

$$-x^4 + x^2 = 0$$

$$x^2(-x^2 + 1) = 0 \quad || \text{ tns.}$$

$$x^2 = 0 \quad \text{tai} \quad -x^2 + 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x^2 = 1$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = -1 \quad \text{tai} \quad x = 1 \quad (1 \text{ p.})$$

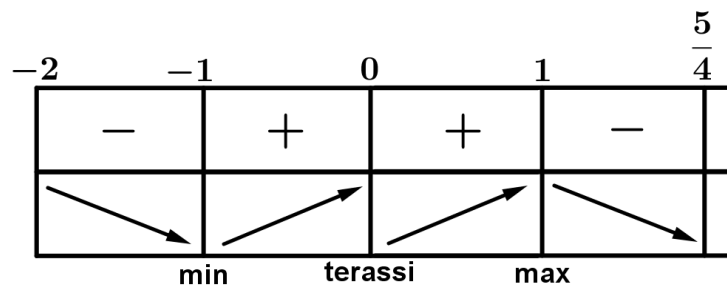
Derivaatan merkit:

$$f'(-2) = -12 < 0$$

$$f'(-0,5) = 0,1875 > 0$$

$$f'(0,5) = 0,1875 > 0$$

$$f'(2) = -12 < 0$$



(1 p.)

b) Ääriarvokohtia ovat minimikohta $x = -1$ ja maksimikohta $x = 1$. Terassikohta $x = 0$.

(1 p.)

(1 p.)

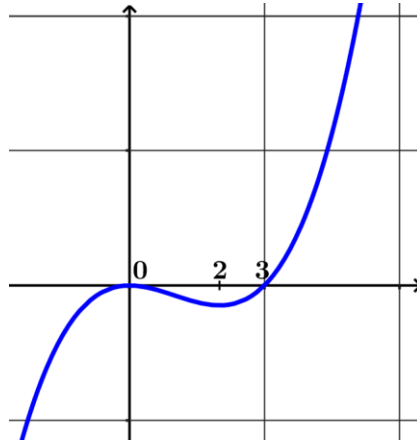
c) Kulkukaavion mukaan funktio saa välillä $\left[-2, \frac{5}{4}\right]$ suurimman arvonsa joko kohdassa $x = -2$ tai $x = 1$.

$$f(-2) = -\frac{1}{5} \cdot (-2)^5 + \frac{1}{3} \cdot (-2)^3 = \frac{56}{15} \approx 3,73 \quad \text{s.a.}$$

$$f(1) = -\frac{1}{5} \cdot 1^5 + \frac{1}{3} \cdot 1^3 = \frac{2}{15} \approx 0,13$$

Vast. Funktion suurin arvo on $\frac{56}{15}$. (1 p.)

3. Tarkastellaan oheista kuvaajaa.



a) Jos kuvassa on funktion $f(x)$ kuvaaja, niin laadi kuvan perusteella funktion $f(x)$ kulkukaavio. (2 p.)

b) Jos kuvassa on derivaattafunktion $f'(x)$ kuvaaja, niin laadi kuvan perusteella funktion $f(x)$ kulkukaavio. (2 p.)

a) Derivaatan nollakohdat $x=0$ ja $x=2$.

		0		2		
$f'(x)$	+		-		+	
$f(x)$	↗		↘		↗	

(2 p.)

b) Derivaatan nollakohdat $x=0$ ja $x=3$.

		0		3		
$f'(x)$	-		-		+	
$f(x)$	↘		↘		↗	

(2 p.)