

# Ratkaisut

## MAA7 – VÄLITESTI 1

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon! Kertaa tarvittaessa.

1. Olkoon  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  tutki [tämän sovelluksen](#) avulla (kuvaajasta katsomalla) funktion  $f$

- a) arvo kohdassa 5

*Ratkaisu:*  $f(5) = 7$  (1p.)

- b) raja-arvo kohdassa 5

*Ratkaisu:*  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 7$  (1p.)

- c) arvo kohdassa 2

*Ratkaisu:*  $f(2)$  ei ole määritelty (1p.)

- d) raja-arvo kohdassa 2

*Ratkaisu:*  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$  (1p.)

2. Olkoon  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  (sama kuin edellisessä tehtävässä). Määritä algebrallisesti (laskemalla) funktion  $f$

- a) arvo kohdassa 5

*Ratkaisu:*  $f(5) = \frac{5^2 - 4}{5 - 2} = \frac{21}{3} = 7$  (1p.)

- b) raja-arvo kohdassa 5

*Ratkaisu:*  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \frac{5^2 - 4}{5 - 2} = \frac{21}{3} = 7$  (1p.)

- c) miksi funktiota ei ole määritelty kohdassa 2?

*Ratkaisu:* Kyseessä on funktion lausekkeen nimittäjän nollakohta. Nollalla jakamista ei olla määritelty (1p.)

d) raja-arvo kohdassa 2

$$\text{Ratkaisu: } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x+2 = 2+2 = 4 \quad (1\text{p.})$$

3. Määritä funktion  $f(x) = \frac{-x^2 - 4x - 3}{2x + 6} + x$  raja-arvo kohdassa -3 (vihje: sievennä yhdeksi murtolausekkeeksi ja jaa osoittaja tekijöihin nollakohtien avulla).

Ratkaisu:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-x^2 - 4x - 3}{2x + 6} + {}^{2x+6}x \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-x^2 - 4x - 3}{2x + 6} + \frac{2x^2 + 6x}{2x + 6} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 6} \end{aligned}$$

Osoittajan nollakohdat ovat 1 ja -3, joten

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 6} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-1)}{2x+6} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-1)}{2(x+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-1}{2} \\ &= \frac{-3-1}{2} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\text{Vastaus: } \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -2 \quad (4\text{p.})$$