

Ratkaisut

MAA7 – VÄLITESTI 2

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon! Kertaa tarvittaessa.

1. Olkoon $f(x) = x^2 - 3$. Selvitä [tämän sovelluksen](#) avulla (kuvaajasta katsomalla) funktion f

a) arvo kohdassa 0

Ratkaisu: $f(0) = -3$ (1p.) Jos et ratkaissut tehtävää sovelluksen avulla: Op.

b) derivaatan arvo kohdassa 0

Ratkaisu: $f'(0) = 0$ (1p.) Jos et ratkaissut tehtävää sovelluksen avulla: Op.

c) arvo kohdassa 2

Ratkaisu: $f(2) = 1$ (1p.) Jos et ratkaissut tehtävää sovelluksen avulla: Op.

d) derivaatan arvo kohdassa 2

Ratkaisu: $f'(2) = 4$ (1p.) Jos et ratkaissut tehtävää sovelluksen avulla: Op.

2. Olkoon $f(x) = x^2 - 3$ (sama kuin edellisessä tehtävässä). Kertaa ensin derivaatan määritelmä (erotusosamäärän raja-arvo) [tämän sovelluksen](#) avulla. Määritä sitten algebrallisesti derivaatan määritelmän avulla funktion f

Jos et kerrannut derivaatan määritelmää sovelluksen avulla: Op.

a) derivaatan arvo kohdassa 0 (käytä erotusosamäärän raja-arvoa)

Ratkaisu:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3 - (0^2 - 3)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x = 0 \quad (2p.)$$

b) derivaatan arvo kohdassa 2 (käytä erotusosamäärän raja-arvoa)

Ratkaisu:

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3 - (2^2 - 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4 \quad (2p.)$$

3. Olkoon $f(x) = x^2 - 3$ (sama kuin edellisissä tehtävissä). Selvitä punaisen pisteen arvoitus [tämän sovelluksen](#) avulla. Laske sen jälkeen funktion lausekkeen / derivaattafunktion lausekkeen avulla funktion f

Punaisen pisteen arvoitus: Kohdassa x punaisen pisteen y -koordinaatti oli määritelty alkuperäiselle funktiolle kohtaan x piirretyn tangentin kulmakertoimena. Näin saadaan funktio, jonka arvo kohdassa x on alkuperäisen funktion derivaatan arvo kohdassa x . Tällaista funktiota sanotaan derivaattafunktioksi. Funktion $f(x) = x^2 - 3$ derivaattafunktio on:

$$f'(x) = 2x$$

Derivaattafunktion määrittämistä sanotaan derivoinniksi. Jos et selvittänyt punaisen pisteen arvoitusta sovelluksen avulla tehtävästä 3 ei tule pisteitä.

- a) arvo kohdassa 0

Ratkaisu: $f(0) = 0^2 - 3 = -3$ (1p.)

- b) derivaatan arvo kohdassa 0

Ratkaisu: $f'(0) = 2 \cdot 0 = 0$ (1p.)

- c) arvo kohdassa 2

Ratkaisu: $f(2) = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1$ (1p.)

- d) derivaatan arvo kohdassa 2

- e) *Ratkaisu:* $f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$ (1p.)