

Ratkaisut

MAA7 – VÄLITESTI 3

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon! Kertaa tarvittaessa.

1. Tutki [tämän sovelluksen](#) avulla funktion f kuvaajaa ja vastaa kysymyksiin

a) Milloin funktio f on kasvava?

Ratkaisu: Funktio f on kasvava, kun $x \leq -4$ tai $-2 \leq x \leq 1$ tai $x \geq 5$ (1p.)

b) Milloin funktion f derivaatta saa positiivisia arvoja?

Ratkaisu: Funktion f derivaatta saa positiivisia arvoja, kun $x < -4$ tai $-2 < x < 1$ tai $x > 5$ (1p.) **HUOM! Ei yhtäsuuruuksia mukaan!!**

c) Mitkä ovat funktion f derivaatan nollakohdat?

Ratkaisu: Funktion f derivaatan nollakohtia ovat $x = -4$, $x = -2$, $x = 1$ ja $x = 5$ (1p.)

d) Mitkä ovat funktion f ääriarvokohtat?

Ratkaisu: Funktion f ääriarvokohtia ovat $x = -4$, $x = -2$, $x = 1$ ja $x = 5$ (1p.)

e) Mitkä ovat funktion f ääriarvot (yhden desimaalin tarkkuudella)?

Ratkaisu: Funktion f ääriarvot ovat $f(-4) \approx 81,9$, $f(-2) \approx 38,9$, $f(1) \approx 123,5$ ja $f(5) \approx -258,3$ (1p.)

f) Mitkä ovat funktion f suurin ja pienin arvo välillä $[-6,6]$?

Ratkaisu: Funktion f suurin arvo välillä $[-6,6]$ on $f(1) \approx 123,5$ ja pienin arvo $f(-6) \approx -363,2$ (1p.)

2. Muodosta tämän [näkymättömän funktion](#) välille $[-5,4]$ rajattu kulkukaavio. Mitkä ovat funktion suurin ja pienin arvo tällä välillä?

Ratkaisu: Kulkukaavio (1p.)

	-5	-1	3	4
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$				

Suurin ja pienin arvo: $f(-1) \approx 1,7$ ja $f(-5) \approx -51,7$ (2p.)

3. Olkoon $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{8}{3}$ (voit tutkia kuvaajaa tästä)

a) Muodosta kuvaajalle kohtaan $(2, \frac{10}{3})$ piirretyn tangenttisuoran yhtälö (tarkka vastaus laskemalla).

Ratkaisu: Funktion f derivaattafunktio on $f'(x) = x^2 + x - 2$. Kohtaan 2 piirretyn tangenttisuoran kulmakerroin on derivaatan arvo kohdassa 2: $f'(2) = 2^2 + 2 - 2 = 4$

Pisteen $(2, \frac{10}{3})$ kautta kulkeva suora, jonka kulmakerroin on 4:

$$y - \frac{10}{3} = 4(x - 2)$$

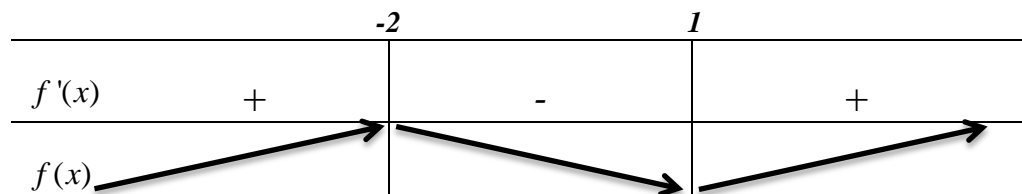
$$y = 4x - 8 + \frac{10}{3}$$

$$y = 4x - \frac{14}{3}$$

Vastaus: $y = 4x - \frac{14}{3}$ (1p.)

b) Millä väleillä funktio f on aidosti vähenevä (perustelu kulkukaavion avulla)?

Ratkaisu: Funktion f derivaattafunktio on $f'(x) = x^2 + x - 2$. Derivaatan nollakohdat ovat $x = -2$ ja $x = 1$. Muodostetaan funktion kulkukaavio.



Derivaatan merkkien perustelu:

$$f'(-3) = (-3)^2 - 3 - 2 = 4$$

$$f'(0) = 0^2 + 0 - 2 = -2$$

$$f'(2) = 2^2 + 2 - 2 = 4 \quad (1p.)$$

c) Mitkä ovat funktion f ääriarvot (perustelu kulkukaavion avulla)?

Ratkaisu: Kulkukaavion perusteella funktion f ääriarvot ovat:

$$f(-2) = \frac{1}{3} \cdot (-2)^3 + \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 - 2 \cdot (-2) + \frac{8}{3} = 6$$

$$f(1) = \frac{1}{3} \cdot 1^3 + \frac{1}{2} \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + \frac{8}{3} = \frac{3}{2} \quad (1p.)$$

- d) Mitkä ovat funktion f suurin ja pienin arvo välillä $[-3,4]$?

Ratkaisu: Funktion f ääriarvot laskettiin kohdassa c). Verrataan näitä ääriarvoja välin päätepisteissä laskettuihin funktion arvoihin:

$$f(-3) = \frac{1}{3} \cdot (-3)^3 + \frac{1}{2} \cdot (-3)^2 - 2 \cdot (-3) + \frac{8}{3} = \frac{25}{6}$$

$$f(4) = \frac{1}{3} \cdot 4^3 + \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 + \frac{8}{3} = 24$$

Vastaus: Funktion f suurin arvo välillä $[-3,4]$ on $f(4) = 24$. Funktion f pienin arvo välillä $[-3,4]$ on $f(1) = \frac{3}{2}$. (1p.)