

**MAA8 (Juuri- ja logaritmifunktiot)**  
**Välitesti 2 – ratkaisut ja pisteytysohje**

**Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!**

1. Laske ilman laskinta funktion  $f(x) = \sqrt{6x-9} - x + 1$  derivaattafunktion nollakohdat. (6 p.)

$$f(x) = \sqrt{6x-9} - x + 1 = (6x-9)^{\frac{1}{2}} - x + 1 \quad \text{Määrittely: } x \geq \frac{3}{2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(6x-9)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6 - 1 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{\sqrt{6x-9}} - 1 \\ &= \frac{3 - \sqrt{6x-9}}{\sqrt{6x-9}} \quad (2 \text{ p.}) \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3 - \sqrt{6x-9} = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\sqrt{6x-9} = 3 \parallel ()^2 \quad \text{molemmat puolet } \geq 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$6x - 9 = 9$$

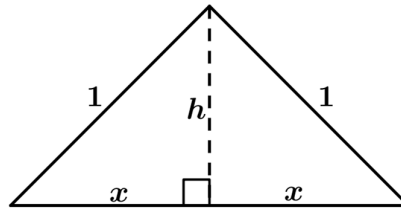
$$6x = 18$$

$$\underline{\underline{x = 3}} \quad (1 \text{ p.})$$

**KÄÄNNÄ →**

2. Tasakylkisen kolmion kylkien pituus on 1. Määritä kolmion kannan pituus niin, että kolmion pinta-ala on mahdollisimman suuri. Mikä on tämän suurimman alan tarkka arvo? (6 p.)

Merkitään kannan puolikasta  $x$ :llä.



$$x^2 + h^2 = 1^2$$

$$h = \sqrt{1-x^2} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{Pinta-ala-funktio } A(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot h = x\sqrt{1-x^2} = x(1-x^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1 \text{ p.})$$

Määrittely:  $0 < x < 1$ .

$$A'(x) = 1 \cdot \sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{1}{2} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x)$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$= \frac{(1-x^2) - x^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$= \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$A'(x) = 0$$

$$1 - 2x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\left(x = -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ tai } x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\approx 0,71)$$

Kulkukaavio:

$$A'(0,5) = 0,5773... > 0$$

$$A'(0,9) = -1,4223... < 0$$

	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$A(x)$	+	-
$A'(x)$	↗	↘

(1 p.)

Pinta-ala on suurin, kun  $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Kolmion kanta on tällöin  $2x = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$ . (1 p.)

Kolmion suurin pinta-ala on

$$A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ (pinta-alayksikköä)} \quad (1 \text{ p.})$$