

MAA8 (Juuri- ja logaritmifunktiot)
Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Laske ilman laskinta, missä pisteessä funktiolla $f(x) = 2^x$ olevan tangentin kulmakerroin on $\ln 4$? **(4 p.)**

$$f(x) = 2^x \quad f'(x) = 2^x \ln 2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$f'(x) = \ln 4$$

$$2^x \ln 2 = \ln 4$$

$$2^x \ln 2 = \ln 2^2$$

$$2^x \ln 2 = 2 \cdot \ln 2 \quad || : \ln 2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$2^x = 2$$

$$x = 1 \quad (1 \text{ p.})$$

$$y = f(1) = 2^1 = 2$$

Vastaus: Pisteessä (1, 2). (1 p.)

2. Derivoi ilman laskinta funktio $f(x) = \log_3 x + \ln x$. **(2 p.)**

$$f(x) = \log_3 x + \ln x$$

$$f'(x) = \frac{1}{\underline{x \cdot \ln 3}} + \frac{1}{x} \quad (1 + 1 \text{ p.})$$

KÄÄNNÄ →

3. a) Milloin funktio $f(x) = \ln(2x+1)$ on määritelty? (1 p.)

b) Osoita, että funktiolla $f(x) = \ln(2x+1)$ on käänteisfunktio. (3 p.)

c) Määritä käänteisfunktion $f^{-1}(x)$ lauseke. (2 p.)

a) $f(x) = \ln(2x+1)$

Määrittely:

$$2x+1 > 0$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$f(x) = \ln(2x+1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2x+1} \cdot D(2x+1) = \frac{2}{2x+1} > 0 \text{ määrittelyjoukossa} \quad (1 \text{ p.})$$

$\Rightarrow f(x)$ on aidosti kasvava (1 p.)

\Rightarrow Käänteisfunktio $f^{-1}(x)$ on olemassa. (1 p.)

c)

$$y = \ln(2x+1) \parallel e^0$$

$$e^y = 2x+1 \quad (1 \text{ p.})$$

$$-2x = -e^y + 1 \parallel : (-2)$$

$$x = \frac{1}{2}e^y - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f^{-1}(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}}} \quad (1 \text{ p.})$$