

## MAA8 (Juuri- ja logaritmifunktiot)

### Välitesti 1 - ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä viikkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ratkaise ilman laskinta yhtälö  $\sqrt{3-x} - x - 3 = 0$ . (5 p.)

$$\text{Määrittelyehto: } 3 - x \geq 0$$

$$-x \geq -3 \quad || : (-1) < 0!!$$

$$\underline{x \leq 3}$$

(1 p.)

$$\sqrt{3-x} - x - 3 = 0$$

$$\sqrt{3-x} = x + 3 \quad || (\ )^2\text{-ehto } x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \underline{x \geq -3} \quad (1 \text{ p.})$$

$$3 - x = (x + 3)^2$$

$$3 - x = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + 7x + 6 = 0$$

(1 p.)

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-7 \pm 5}{2}$$

$$(x = -6) \text{ tai } \underline{\underline{x = -1}}$$

(1 p. + 1 p.)

(Molemmat toteuttavat määrittelyehdon mutta  $x = -6$  ei toteuta neliöönkorotusehtoa!)

2. a) Ilmaise ilman laskinta funktion  $f(x) = \sqrt{x} \cdot x^{\frac{2}{3}}$  lauseke yhtenä muuttujan  $x$  murtopotenssina. (2 p.)

b) Derivoi funktio  $f(x)$  ilman laskinta ja anna vastaus juurimuodossa. (2 p.)

a)

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x} \cdot x^{\frac{2}{3}} \\ &= x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \\ &= x^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}} && (1 \text{ p.}) \\ &= x^{\frac{3}{6} + \frac{4}{6}} \\ &= \underline{\underline{x^{\frac{7}{6}}}} && (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{\frac{7}{6}} \\ f'(x) &= \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6} - 1} \\ &= \frac{7}{6} x^{\frac{1}{6}} && (1 \text{ p.}) \\ &= \underline{\underline{\frac{7}{6} \sqrt[6]{x}}} && (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

3. Derivoi ilman laskinta  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3}$ . (3 p.)

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3} = (x^2 + 3)^{\frac{1}{3}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{3} (x^2 + 3)^{\frac{1}{3} - 1} \cdot D(x^2 + 3) \\ &= \frac{1}{3} (x^2 + 3)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2x && (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2x}{3 \sqrt[3]{(x^2 + 3)^2}}}} \quad (1 \text{ p.})$$