

MAA8 (Juuri- ja logaritmifunktiot)

Välitesti 3 - ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ratkaise ilman laskinta yhtälö $\log_3(x-3) + \log_3(x-1) = 1$. (4 p.)

$$\begin{aligned} \text{Määrittelyehdot: } x-3 > 0 \text{ ja } x-1 > 0 \\ \underline{x > 3 \text{ ja } x > 1} \end{aligned} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\begin{aligned} \log_3(x-3) + \log_3(x-1) &= 1 \\ \log_3(x-3)(x-1) &= 1 \parallel 3^{(\cdot)} && (1 \text{ p.}) \\ (x-3)(x-1) &= 3^1 \\ x^2 - x - 3x + 3 &= 3 \\ x^2 - 4x &= 0 \\ x(x-4) &= 0 \parallel \text{tns!} \\ (x=0) \text{ tai } x-4 &= 0 \text{ (} x=0 \text{ ei toteuta määrittelyehtoa!)} && (1 \text{ p.}) \\ \underline{\underline{x=4}} &&& (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

2. Ratkaise ilman laskinta yhtälö $2^{x+6} = 8^x$. (2 p.)

$$\begin{aligned} 2^{x+6} &= 8^x \\ 2^{x+6} &= (2^3)^x \\ 2^{x+6} &= 2^{3x} && (1 \text{ p.}) \\ x+6 &= 3x \\ -2x &= -6 \parallel :(-2) \\ \underline{\underline{x=3}} &&& (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

3. Kallen palkka kasvoi kahdessa vuodessa 100 eurosta 200 euroon. (6 p.)

- a) Mikä oli palkan vuotuinen kasvuprosentti, kun palkka kasvoi vuosittain yhtä monta prosenttia?
- b) Jos palkkakehitys jatkuu prosentuaalisesti samanlaisena, niin kuinka monen vuoden kuluttua nykyinen 200 euron palkka on kasvanut yli 5000 euron palkaksi?

a) Olkoon vuotuinen kasvuprosenttikerroin $= k$. (1 p.)

$$100 \cdot k^2 = 200 \quad || :100 \quad (1 \text{ p.})$$

$$k^2 = 2$$

$$k = \pm\sqrt{2} \quad (\text{vain positiivinen käy!})$$

$$k = 1,4142\dots$$

Vastaus: Vuotuinen kasvuprosentti oli n. 41,4%. (1 p.)

b) Palkkakehitys sama kuin a-kohdassa, eli $k = \sqrt{2} = 1,4142\dots$

Olkoon tarvittavat vuodet $= x$. (1 p.)

$$200 \cdot k^x > 5000$$

$$200 \cdot 1,4142\dots^x > 5000 \quad (1 \text{ p.})$$

$$x > 9,2877\dots$$

Vastaus: Palkka ylittää 5000 € 10 (kokonaisen) vuoden kuluttua. (1 p.)