

# MAA9 (Trigonometriset funktiot ja lukujonot)

## Välitesti 4 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Olkoon lukujono  $a_n = 2n^2 - n$ .

a) Mikä on jonon 91. jäsen? (1 p.)

b) Kuinka mones jonon jäsen luku 91 on? (3 p.)

a)

$$a_n = 2n^2 - n$$

$$a_{91} = 2 \cdot 91^2 - 91 = \underline{\underline{16471}} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$a_n = 91$$

$$2n^2 - n = 91 \quad (1 \text{ p.})$$

$$2n^2 - n - 91 = 0$$

$$n = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-91)}}{2 \cdot 2}$$

$$(n = -6,5) \text{ tai } n = 7 \quad (1 \text{ p.})$$

Vast. Luku 91 on jonon 7. jäsen. (1 p.)

2. Aritmeettisen jonon  $a_n$  jäsenistä tiedetään  $a_1 = 21$  ja  $a_{17} = -27$ .

a) Muodosta jonon lauseke. (3 p.)

b) Märitä jonon 100. jäsen. (2 p.)

a)

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_{17} = a_1 + (17-1) \cdot d$$

$$-27 = 21 + (17-1) \cdot d \quad (1 \text{ p.})$$

$$-27 = 21 + 16d$$

$$-16d = 48 \parallel : (-16)$$

$$d = -3 \quad (1 \text{ p.})$$

Jonon lauseke:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_n = 21 + (n-1) \cdot (-3)$$

$$\underline{\underline{a_n = 24 - 3n}} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$a_n = 24 - 3n$$

$$a_{100} = 24 - 3 \cdot 100 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\underline{\underline{a_{100} = -276}} \quad (1 \text{ p.})$$

3. Muodosta geometrisen lukujonon 2, 6, 18, 54, ...

a)  $n$ . jäsenen kaava (2 p.)

b) 20. jäsen (1 p.)

a)  $a_1 = 2$  ja  $q = 3$ , joten

b)  $a_{20} = 2 \cdot 3^{20-1} = 2\,324\,522\,934$  (1 p.)

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\underline{\underline{a_n = 2 \cdot 3^{n-1}}} \quad (2 \text{ p.})$$