

# MAA9 (Integraalilaskenta)

## Välitesti 4 - ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

### 1. Integroi ilman laskinohjelmistoja funktio

a)  $f(x) = \frac{1}{(1-3x)^2}$

b)  $g(x) = \frac{1}{1-3x}$  (6 p.)

a)

$$\begin{aligned}\int f(x) dx &= \int \frac{1}{(1-3x)^2} dx \\ &= \int (1-3x)^{-2} dx \\ &= -\frac{1}{3} \int -3 \cdot (1-3x)^{-2} dx && (1 \text{ p.}) \\ &= -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{-2+1} (1-3x)^{-2+1} + C && (1 \text{ p.}) \\ &= \frac{1}{3} (1-3x)^{-1} + C \\ &= \frac{1}{3(1-3x)} + C && (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

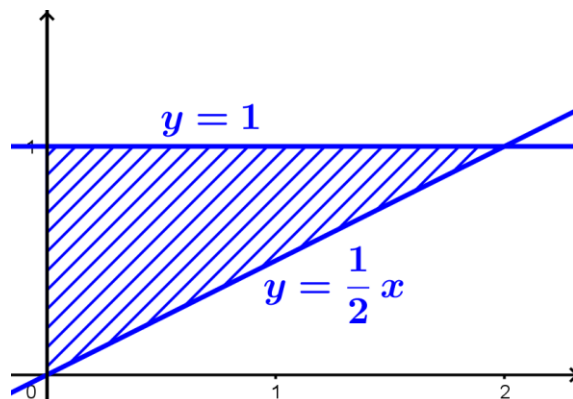
b)

$$\begin{aligned}\int g(x) dx &= \int \frac{1}{1-3x} dx \\ &= -\frac{1}{3} \int \frac{-3}{1-3x} dx && (1 \text{ p.}) \\ &= -\frac{1}{3} \ln|1-3x| + C && (2 \text{ p.})\end{aligned}$$

2. Kuvan kolmion rajaavat  $y$ -akseli sekä suorat  $y = 1$  ja  $y = \frac{1}{2}x$ . Laske kolmion pinta-ala

a) integroimalla  $x$ -akselia pitkin, (3 p.)

b) integroimalla  $y$ -akselia pitkin. (3 p.)



a) Pinta-ala muodostuu suorien  $y = 1$  ja  $y = \frac{1}{2}x$  väliin.

Lasketaan suorien leikkauskohta:

$$y = y$$

$$\frac{1}{2}x = 1 \parallel \cdot 2$$

$$x = 2$$

(1 p.)

$$A = \int_0^2 \left(1 - \frac{1}{2}x\right) dx = \left[x - \frac{1}{4}x^2\right]_0^2 = \left(2 - \frac{1}{4} \cdot 2^2\right) - 0 = \underline{\underline{1}} \quad (2 \text{ p.})$$

b) Pinta-ala muodostuu suoran  $y = \frac{1}{2}x$  ja  $y$ -akselin väliin.

Suora  $y = \frac{1}{2}x$  on ilmaistava muuttujan  $y$  funktiona:

$$y = \frac{1}{2}x \parallel \cdot 2$$

$$2y = x$$

$$x = 2y$$

(1 p.)

$$A = \int_0^1 2y dy = \left[y^2\right]_0^1 = 1^2 - 0^2 = \underline{\underline{1}} \quad (2 \text{ p.})$$