

## MAA9 (Integraalilaskenta)

### Välitesti 5 - ratkaisut ja pisteytysohje

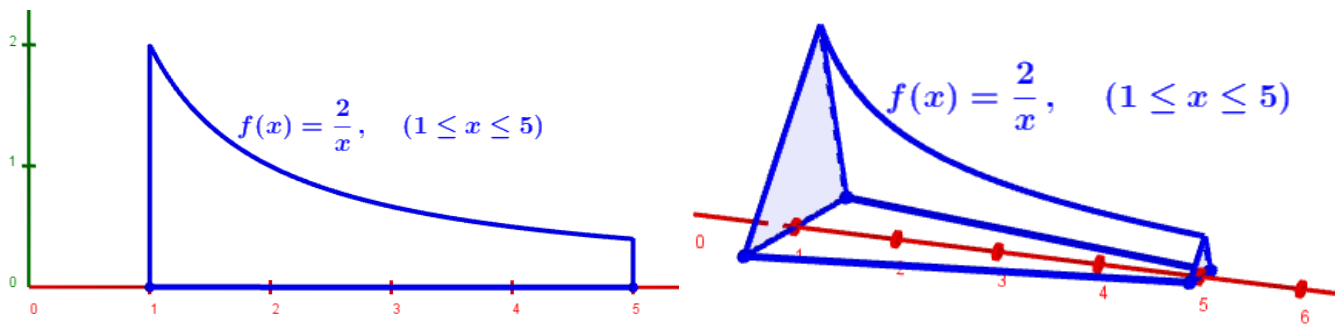
Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Suoran  $y = f(x) = 2$  välillä  $0 \leq x \leq 2$  oleva jana pyörähtää  $x$ -akselin ympäri. Laske syntyvän pyörähdyskappaleen (= suora ympyrälieriö) tilavuus integroimalla. (3 p.)

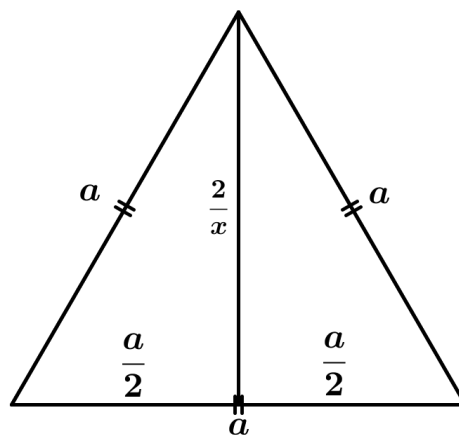
$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^2 f(x)^2 dx \\ &= \pi \int_0^2 2^2 dx && (1 \text{ p.}) \\ &= \pi \int_0^2 4 dx \\ &= \pi /4x && (1 \text{ p.}) \\ &= \pi(8-0) \\ &= \underline{\underline{8\pi}} && (1 \text{ p.}) \end{aligned}$$

2. Kuvan teltta on sivusta katsottuna käyrän  $y = \frac{2}{x}$  välillä  $[1, 5]$  olevan osan muotoinen ja teltan pituussuuntaa vastaan olevat poikkileikkaukset ovat tasasivuisia kolmioita.



- a) Mikä on kohdassa  $x$ ,  $1 \leq x \leq 5$  olevan poikkileikkauskolmion sivun pituus  $a$  lausuttuna muuttujan  $x$  avulla? (3 p.)
- b) Muodosta pinta-alafunktion  $A(x)$  lauseke, jonka arvo kohdassa  $x$ ,  $1 \leq x \leq 5$ , on kohdassa olevan kolmion pinta-ala. (3 p.)
- c) Kuinka suuri on teltan tilavuus? Yksikkönä on metri. (3 p.)

a)



$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = a^2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\frac{a^2}{4} + \frac{4}{x^2} = a^2$$

$$\frac{a^2}{4} - a^2 = -\frac{4}{x^2}$$

$$-\frac{3a^2}{4} = -\frac{4}{x^2} \parallel \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$a^2 = \frac{16}{3x^2} \quad (1 \text{ p.})$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3x}} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$A(x) = \frac{kanta \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}x} \cdot \frac{2}{x} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}x^2}$$
$$= \frac{4}{\sqrt{3}} x^{-2} \quad (2 \text{ p.})$$

c)

$$V = \int_1^5 A(x) dx = \int_1^5 \frac{4}{\sqrt{3}} x^{-2} dx \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \int_1^5 -\frac{4}{\sqrt{3}} x^{-1} dx \quad (1 \text{ p.})$$

$$= -\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot 5^{-1} - \left(-\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot 1^{-1}\right)$$

$$= -\frac{4}{5\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{16}{5\sqrt{3}} \quad (m^3) \quad (1 \text{ p.})$$

$$= 1,847520... \quad (m^3)$$

$$\approx \underline{\underline{1,8}} \quad (m^3)$$