

1. a)
$$\frac{x}{3} + \frac{1-x}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{4x}{12} + \frac{3-3x}{12} = \frac{2}{12} \quad | \cdot 12$$

$$4x + 3 - 3x = 2$$

$$x = -1$$

b)
$$(x-2)^2 - 4(2-x) = 0$$

$$(x-2)(x-2) - 8 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x - 2x + 4 - 8 + 4x = 0$$

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 2$$

c)
$$\frac{3x-1}{x+1}, x = \frac{4}{7}$$

$$\frac{3 \cdot \frac{4}{7} - 1}{\frac{4}{7} + 1} = \frac{\frac{12}{7} - \frac{7}{7}}{\frac{4}{7} + \frac{7}{7}} = \frac{\frac{5}{7}}{\frac{11}{7}} = \frac{5}{11}$$

2. a)
$$2\pi r = 10,25 \text{ (m)}$$

$$r = \frac{10,25}{2\pi} = 1,6313$$

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 1,6313^2 = 8,3606 \dots \text{ (m}^2\text{)}$$

V: $A = 8,36 \text{ m}^2$

b)
$$\sin \alpha = 0,123 \quad | \sin^{-1}$$

$$\alpha = 7,065 \dots \approx 7^\circ$$

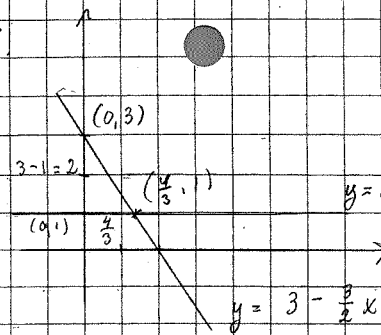
$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha \approx 83^\circ$$

V: 7° ja 83°

c) $a_1 = 1$ aritm. $a_n = a_1 + (n-1)d$
 $a_5 = 3$
 $(a_5 =) 1 + (5-1)d = 3$
 $4d = 2 \quad | :2$
 $d = \frac{1}{2}$
 $a_{10} = 1 + 9 \cdot \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$

MAB
SIO

3.



y-aks. piste (0,3)
 $k = \frac{3}{2}$

$$\begin{cases} y = 1 \\ y = 3 - \frac{3}{2}x \end{cases}$$

$$1 = 3 - \frac{3}{2}x$$

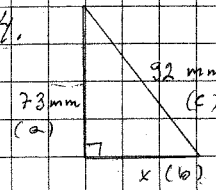
$$\frac{3}{2}x = 2 \quad | \cdot \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$

V: $y = 1, y = 3 - \frac{3}{2}x$
 leikk. p. $(\frac{4}{3}, 1), A = \frac{4}{3}$

4.



$$x^2 + 73^2 = 92^2$$

$$x^2 = 8464 - 5329$$

$$x^2 = 3135 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 55,991 \dots$$

$73 \text{ mm} = \frac{1}{2000} \rightarrow a = 2000 \cdot 73 \text{ mm} = 146 \text{ m}$

Vastaavasti $b = 2000 \cdot x = 111,98 \dots \text{ m} \approx 112 \text{ m}$

$c = 2000 \cdot 92 \text{ mm} = 184 \text{ m}$

$A = \frac{ab}{2} = \frac{146 \cdot 111,98 \dots}{2} \text{ m}^2 = 8124,6 \dots \text{ m}^2 \approx 8200 \text{ m}^2$

5. hinh a

$a \cdot 1,45 \cdot 1,62 = 2,349 a$

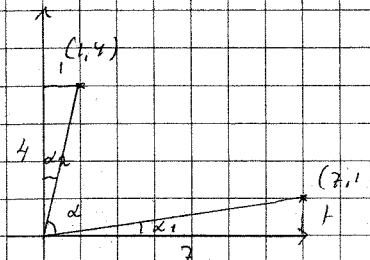
$(234,9 - 100)\% = 134,9\%$

$a \cdot 1,62 \cdot 1,45 = 2,349 a$

sama korostus

V: $134,9\%$

6.



$\tan \alpha_1 = \frac{1}{7}$

$\alpha_1 = 8,130 \dots$

$\tan \alpha_2 = \frac{4}{7}$

$\alpha_2 = 140,36 \dots$

$\alpha = 90^\circ - \alpha_1 - \alpha_2 = 67,933 \dots$

V: 68°

MAB
SIO

7. a) $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x = 0$

$x(x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}) = 0$

$x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4} = 0 \quad | \cdot 4$

$4x^2 - 6x - 9 = 0$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 4 \cdot (-9)}}{2 \cdot 4} = \frac{6 \pm \sqrt{180}}{8}$

$V: x = 0 \vee x = \frac{6 \pm \sqrt{180}}{8} = \left(\frac{6}{8} \pm \frac{\sqrt{180}}{8} = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{4} \right)$

b) $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x$

$f'(x) = 3x^2 - 3x - \frac{9}{4}$

$3x^2 - 3x - \frac{9}{4} = 0 \quad | \cdot 4$

$12x^2 - 12x - 9 = 0$

$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 12 \cdot (-9)}}{2 \cdot 12} = \frac{12 \pm \sqrt{576}}{24}$

$= \frac{12 \pm 24}{24} = \frac{3}{2} \vee -\frac{1}{2}$

$f'(x)$

+	-	+
---	---	---

 tai $f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - \frac{9}{4} = 3 \frac{3}{4}$

$f(x)$

↘	↗	↘
---	---	---

 $f(0) = -\frac{9}{4}$

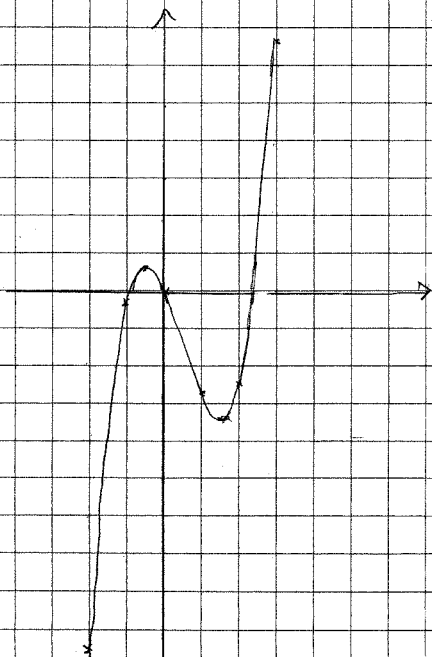
$f'(2) = 3 \frac{3}{4}$

ääriarvot: maksimi: $f(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^3 - \frac{3}{2} \cdot (-\frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} \cdot (-\frac{1}{2})$

$= \frac{5}{8} (= 0,625)$

minimi: $f(\frac{3}{2}) = -3 \frac{3}{8} (= -3,375)$

x	y = f(x)
-3	-33,75
-2	-9,5
-1	-0,25
$-\frac{1}{2}$	0,625
0	0
1	-2,75
$\frac{3}{2}$	-3,375
2	-2,5
3	6,75
4	31



MAB

SIO

MAB

SIO

8. käyttäjätunnus 6 numeroa, jokaisessa 10 erilaista mahdollisuutta
 $\Rightarrow 10^6$ erit. käyttäjätunnusta olemassa

a) $P(\text{käyttäjätunnus}) = \frac{600\ 000}{10^6} = 0,60 = 60\%$

b) salaisanoja $10^4 \Rightarrow P(\text{oikea}) = \frac{1}{10^4}$
 kertakäyttötunnuksia $10^4 \Rightarrow P(\text{oikea}) = \frac{1}{10^4}$

$P(\text{pääsee kirjautumaan}) = 0,60 \cdot \frac{1}{10^4} \cdot \frac{1}{10^4} = 6,0 \cdot 10^{-9}$

9. Viikossa 1120 mm

Päivässä $\frac{1120}{7}$ mm = 160 mm

a) puolet tunnit 24 lyöntiä / vrk
 täydet tunnit $(1+2+3+\dots+12) \cdot 2$ lyöntiä / vrk
 aritm. summa, $n=12$

$S_{12} = 12 \cdot \frac{1+12}{2} = 78$

$2S_{12} = 156$ lyöntiä / vrk

eli. kärkelemaan $24 + 156 = 180$ lyöntiä / vrk

$\frac{160 \text{ mm}}{180 \text{ lyöntiä}} = \frac{8 \text{ mm/lyönti}}{9} \approx 0,89 \text{ mm/lyönti}$

b) $\frac{650 \text{ mm}}{\frac{8}{9} \text{ mm/lyönti}} = 731 \frac{1}{4}$ lyöntiä

$731 \frac{1}{4} = 4 \frac{1}{16}$ 4 vrk:n lyönnit + $\frac{1}{16} \cdot 180$ lyönnistä = $11 \frac{1}{4}$ lyöntiä??

ma 12.05:stä 4 vrk \rightarrow pe 12.05

lo 12.30 13.00 13.30 14.00 14.30 15.00 15.30

lyöntejä 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 3 + 1 = 10

lo 16.00 4 lyöntiä

V: Pc klo 16 lyönnit menossa (2. lyönti)

tai $n + n \cdot \frac{1+n}{2} \geq 11 \frac{1}{4} \quad | \cdot 4$ n tuntia kulunut

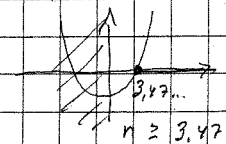
$4n + 2n(1+n) \geq 45$

$2n^2 + 6n - 45 \geq 0$

$2n^2 + 6n - 45 = 0$

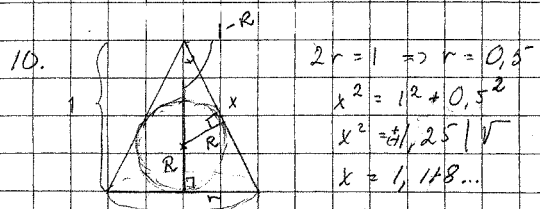
$n = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 2 \cdot (-45)}}{2 \cdot 2}$

$= \frac{-6 \pm \sqrt{396}}{4} = \frac{-6 \pm 19,89}{4}$



$n \geq 3,47 \dots$

3,47... siis $n \geq 4$
 $-6,302 \dots$



$$2r = 1 \Rightarrow r = 0,5$$

$$x^2 = 1^2 + 0,5^2$$

$$x^2 = 1,25 \sqrt{\quad}$$

$$x = 1,118...$$

$$x^2 = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x^2 = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

MAB
S10

Suorak. sit ~ (kk)

$$\frac{1-R}{x} = \frac{R}{r}$$

$$r(1-R) = xR$$

$$0,5 - 0,5R = 1,118... R$$

$$1,618... R = 0,5 \quad | : 1,618...$$

$$R = 0,3090...$$

Vpalko $\frac{1}{3} \cdot 0,3090...^3$

Vuorokorva $\frac{1}{3} \cdot 0,5^2$

$$\approx 47\%$$

$$\frac{1}{2}(1-R) = \frac{\sqrt{5}}{2} R \quad | \cdot 2$$

$$1-R = R\sqrt{5}$$

$$R(\sqrt{5}+1) = 1 \quad | : 1+\sqrt{5}$$

$$R = \frac{1}{1+\sqrt{5}} = 0,3090...$$

11. Arskan etumatka $200, \frac{9}{10} \cdot 200, \left(\frac{9}{10}\right)^2 \cdot 200, \dots$
 kutistui $\frac{1}{10}$ edellisestä, jäljellä $\frac{9}{10}$ edellisestä

geom. jono $q = \frac{9}{10}$

$$a_n = 200 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1} < 0,5 \cdot 200 \text{ (poliisin laasi)}$$

$$0,9^{n-1} < 0,0025 \quad | \lg$$

$$(n-1) \lg 0,9 < \lg 0,0025 \quad | : \lg 0,9 < 0$$

$$n-1 > 56,86... \quad (58. \text{ on jo kaksi varren päissä})$$

$$n > 57,86... \quad 57 \text{ etappia juostuaan}$$

poliisi juoksen $200 + \frac{9}{10} \cdot 200 + \left(\frac{9}{10}\right)^2 \cdot 200 + \dots + \left(\frac{9}{10}\right)^{56} \cdot 200$

$$= 200 \cdot \frac{1-0,9^{57}}{1-0,9} = 1995,06...$$

V: Sai lünni juostuaan 1995m

12. 1987 78 kBq/m^2 vuonia 3
 2006 50 kBq/m^2

$$78 \cdot x^{19} = 50 \quad | : 78$$

$$x^{19} = \frac{50}{78} \quad (= 0,641...) \quad | \sqrt[19]{\quad}$$

$$x = 0,9768...$$

$$78 \cdot 0,9768...^t = 0,5 \cdot 78$$

$$0,9768...^t = 0,5 \quad | \lg$$

$$t \lg 0,9768... = \lg 0,5 \quad | : \lg 0,9768...$$

$$t = 29,6...$$

$$29,6... + 1987 = 2016,6...$$

12 jatkuu $\bullet - 137$ puolintuu 29,6... vuodessa
 MAB
 S10

v. 2016 määrä on vähentynyt puoleen myös Vaasassa

$$2016,6... + 29,6... = 2046,2...$$

v. 2046 määrä on vähentynyt puoleen puolesta eli neljäsosaan

13. $\begin{cases} 2x + (a+1)y = 5 \cdot 3 \\ 3x + (a-2)y = a \cdot (-2) \end{cases}$ Ei ratk., jos vas = 0
 (x:t ja y:t heviävät) ja oike $\neq 0$

$$\begin{cases} 6x + (3a+3)y = 15 \\ -6x + (-2a+4)y = -2a \end{cases}$$

$$(3a+3-2a+4)y = 15-2a$$

$$a+7 = 0$$

$$15-2 \cdot (-7) = 29 \neq 0$$

$$a = -7$$

V: $a = -7$

14. nyt

1v	2v	3v	4v	5v	6v	7v	8v	9v
7000	7000	7000	7000					
+ 7000 · 1,0375 ⁻¹ €								
+ 7000 · 1,0375 ⁻² €								
+ 7000 · 1,0375 ⁻³ €								
jne								
+ 7000 · 1,0375 ⁻⁹ €								

geom. summa, $q = 1,0375^{-1}$, $n = 10$, $a_1 = 7000$

$$S_{10} = 7000 \cdot \frac{1-(1,0375^{-1})^{10}}{1-1,0375^{-1}} = 59645,96...$$

V: 59645,97€

$$15. \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases} \quad (x, y) = (2, 1) \\ \alpha = \pm 100^\circ$$

a) myötapäivään $\alpha = -100^\circ$

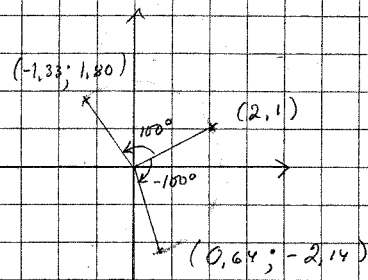
$$x' = 2 \cos(-100^\circ) - 1 \cdot \sin(-100^\circ) = 0,637\dots \approx 0,64$$

$$y' = 2 \sin(-100^\circ) + 1 \cdot \cos(-100^\circ) = -2,143\dots \approx -2,14$$

b) vastapäivään $\alpha = 100^\circ$

$$x' = 2 \cos 100^\circ - \sin 100^\circ = -1,332\dots \approx -1,33$$

$$y' = 2 \sin 100^\circ + \cos 100^\circ = 1,795\dots \approx 1,80$$



V: Myötäp. (0,64; -2,14), vastäp. (-1,33; 1,80)