

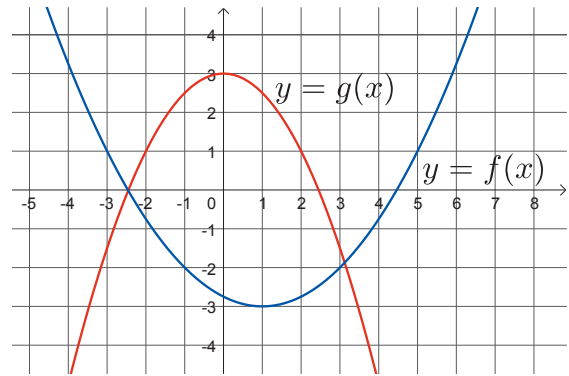

**B-osa**

B-osan tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Jos teet tehtävän 5, kirjoita sen ratkaisu kokoarkille. Muussa tapauksessa kirjoita kokoarkille vain nimitietosi. Muiden tehtävien ratkaisut kirjoitetaan jokainen omalle puoliarkille. Puoliarkit kootaan kokoarkin sisään. Apuvälineinä saat käyttää taukkokirjaa ja laskinta. Laskimen saat kuitenkin haltuusi vasta sitten, kun olet palauttanut A-osan tehtävävihkosi. Sekä B1- että B2-osassa ratkaistaan kolme tehtävää.

**B1-osa Ratkaise kolme tehtävistä 5–9.**

5. Oheiseen koordinaatistoon on piirretty funktioiden  $f(x)$  ja  $g(x)$  kuvaajat. Arvioi seuraavien yhtälöiden ratkaisuja kuvan perusteella.

- $f(x) = g(x)$
- $f'(x) = 0$
- $g'(x) = 1$



6. Lahjaveroa on maksettava, kun omaisuus siirtyy toiselle henkilölle lahjana ja lahjan arvo on 5 000 euroa tai enemmän. Lahjaveroa on maksettava myös silloin, kun samalta lahjan antajalta kolmen vuoden aikana saatujen lahjojen yhteisarvo on 5 000 euroa tai enemmän. Tällöin lahjojen arvo lasketaan yhteen ja verotus toimitetaan yhteissumman perusteella. Aiemmin maksetut lahjaverot vähennetään maksettavan veron määrästä.

Lahjan arvo (euroa)	Vero alarajan kohdalla (euroa)	Veroprosentti ylimenevästä osasta
5 000–25 000	100	8 %
25 000–55 000	1 700	10 %
55 000–200 000	4 700	12 %
200 000–1 000 000	22 100	15 %
1 000 000–	142 100	17 %

Lähde: <vero.fi>. Luettu 22.11.2017.

Jannika sai isoäidiltään kolmena vuonna peräkkäin rahalahjan. Hän sai ensimmäisenä vuonna 4 300 €, seuraavana 3 800 € ja kolmantena vuonna 2 100 €.

Kuinka paljon Jannika maksaa eri vuosina veroa saamistaan lahjoista? Oletetaan, että verotus pysyy samana koko kolmen vuoden ajan.

7. Suomalaiset ovat viimeisten vuosikymmenten aikana kasvaneet entistä pidemmiksi, mikä vuoksi poikien ja tyttöjen kasvukäyrät on täytynyt uudistaa. Täysikasvuisen miehen pituus noudattaa nykyisin normaalijakaumaa niin, että keskiarvo on 180,7 cm ja keskihajonta 6,0 cm. Täysikasvuisen naisen pituus on normaalijakautunut, keskiarvo on 167,5 cm ja keskihajonta 5,4 cm.
- Kuinka suurella todennäköisyydellä umpimähkään valittu täysikasvuinen suomalaismies on vähintään 190 cm pitkä?
  - Kuinka suuri prosentuaalinen osuus kaikista täysikasvuisista suomalaisnaisista on pituudeltaan alle 162 cm? Anna vastaus yhden prosenttiyksikön tarkkuudella.
  - Millä pituuden arvolla  $L$  on voimassa: Vain 4,0 % naisista kasvaa pidemmäksi kuin  $L$ ? Anna vastaus yhden senttimetrin tarkkuudella.

8. Digitaalisessa muodossa tallennetun tiedoston koko ilmoitetaan yleensä tavuina. Tavun tavallisimmat monikerrat ovat kilotavu ( $10^3$  tavua), megatavu ( $10^6$  tavua) ja gigatavu ( $10^9$  tavua). Käytännössä tiedot tallennetaan kuitenkin binaarisessa muodossa, jolloin kilo-, mega- ja gigatavun oikea koko on vastaavassa järjestyksessä  $2^{10}$ ,  $2^{20}$  ja  $2^{30}$  tavua. Oheinen taulukko kuvaa sitä, kuinka monta prosenttia pienempiä ovat kymmenen potensseina esitetyt tavun monikerrat, kun niitä verrataan vastaaviin kakkosen potensseihin. Selvitä, kuinka taulukkoon merkityt giga- ja teratavujen prosenttien lukuarvot saadaan.

kilotavu	2,34 %
megatavu	4,63 %
gigatavu	6,87 %
teratavu	9,05 %
petatavu	11,18 %
eksatavu	13,26 %

9. Jos valitset tämän tehtävän, ratkaise joko 9.1 TAI 9.2. (Voit valita kumman tahansa tehtävän riippumatta siitä, minkä opetussuunnitelman mukaan olet opiskellut.)

**9.1** (Vanha opetussuunnitelma, ennen 1.8.2016 lukion aloittaneet)

Tarkastellaan muotoa  $a_n = 2 \sin(\frac{\pi}{2}n) + 5 \cos(\frac{\pi}{2}n)$  olevia lukuja, kun  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Laske niin monta jonon alkupään lukua, että huomaat jonon toistavan itseään eli olevan jaksollinen. Näyttää siltä, että jollakin luvulla  $k \geq 1$  on voimassa  $a_{n+k} = a_n$  kaikilla indeksin  $n$  arvoilla. Mikä on pienin tällainen luku  $k$ ?

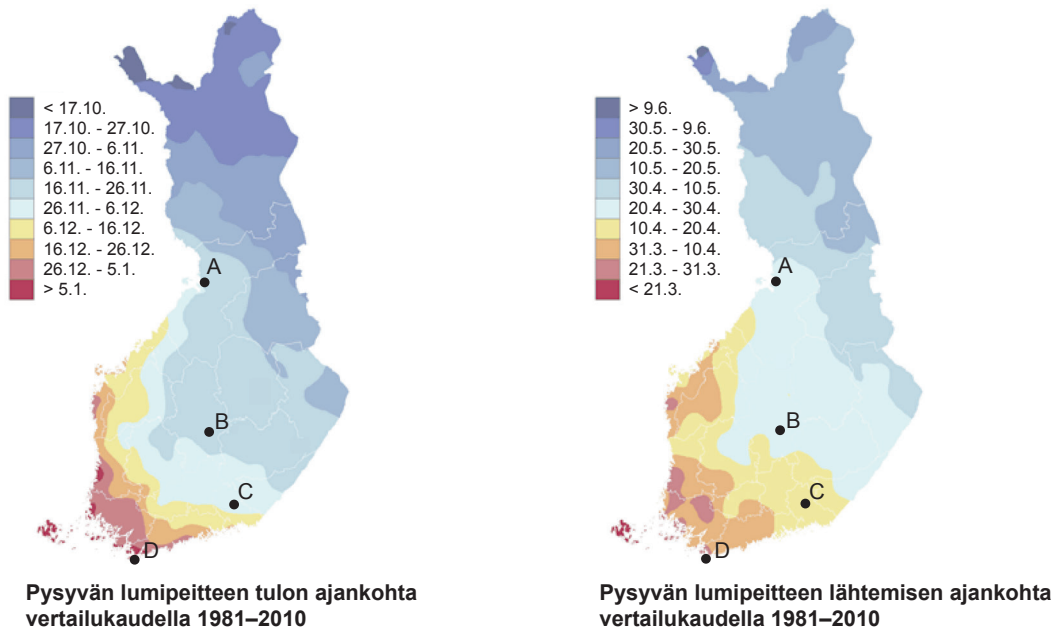
TAI

**9.2** (Uusi opetussuunnitelma, 1.8.2016 tai sen jälkeen lukion aloittaneet)

Tiettyä kolikkoa heitettiin 10 kertaa. Mikä on todennäköisyys, että tuloksena oli 8 klaavaa ja 2 kruunaa? Oletetaan, että sekä kruunan että klaavan todennäköisyys on  $\frac{1}{2}$ .

## B2-osa Ratkaise kolme tehtävistä 10–13.

10. Ilmatieteen laitoksen tilastoista selviää, milloin maamme eri osiin tulee pysyvä lumipeite ja milloin se lähtee. Ajalla, jona lumipeite on pysyvä, tarkoitetaan talven pisintä jaksoa, jolloin lunta on maassa yhtäjaksoisesti vähintään 1 cm.
- Kartassa on esitetty pistein neljä kaupunkia A–D. Arvioi ja laske, kuinka kauan kunkin neljän kaupungin alueella on pysyvä lumipeite.
  - Eräässä Pohjois-Suomen kaupungissa pysyvän lumipeitteen kesto on arviolta 210 päivää. Kyseisen kaupungin lumipeitteen kestoä merkitään indeksi-arvolla 100. Arvioi ja laske, mitä lukuarvoja kaupungit A–D saavat, kun indeksi-arvot ovat suoraan verrannollisia pysyvän lumipeitteen kestoön.



Lähde: <ilmatieteenlaitos.fi>. Luettu 1.3.2018. Muokkaus: YTL.

11. Eräs dosentti pohti tasokuvioiden pinta-alojen ja piirien suhteita. Hänen mukaansa tasokuvioita sanotaan *pulleaksi*, jos sen pinta-ala on suurempi kuin kahdeskymmenesosa sen piirin toisesta potenssista.
- Anna kaksi eri esimerkkiä kuvioista, jotka eivät ole pulleita (dosentin määritelmän mukaan).
  - Anna kaksi eri esimerkkiä kuvioista, jotka ovat pulleita (dosentin määritelmän mukaan).

Eri esimerkeiksi lasketaan kuviot, jotka eivät ole yhdenmuotoisia. Muista myös perustella, miksi antamasi esimerkit ovat tai eivät ole pulleita.

12. Moodi ja keskiarvo ovat esimerkkejä jakauman sijaintiluvuista.

- a) Kerro sanallisesti, miten jakauman moodi ja keskiarvo lasketaan.
- b) Anna esimerkki yhdestä jakaumasta, jossa moodi ja keskiarvo ovat yhtä suuret, ja toisesta jakaumasta, jossa ne ovat eri suuret. Muista myös perustella, miksi esimerkeilläsi on vaaditut ominaisuudet.

13. Luomuviljelijä on hankkinut materiaalin 400 metrin pituiseen aitaan. Hän aikoo rajata sillä niitystä suorakulmion muotoisen alan, joka lisäksi jaetaan kuvion mukaisesti kolmeen yhtäsuureen osaan kahdella ulkoreunan suuntaisella sisäaidalla. Määritä aitauksen suurin mahdollinen kokonaispinta-ala.

