MAB3-Harjoituskoe

RATKAISUT

A-OSA

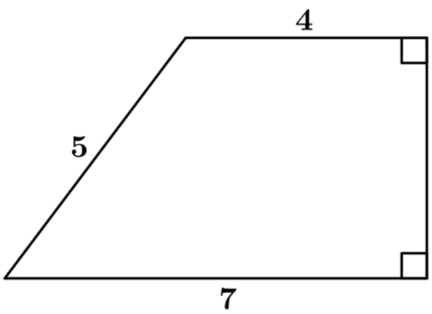
1. Muuta suluissa olevaan yksikköön **(6 p.)**

a) $5\ \mathrm{mm}^3 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (ml)$ $\qquad 5\ \mathrm{mm}^3 = 0{,}000005\ \mathrm{dm}^3 = 0{,}000005\ l = \underline{\underline{0{,}005\ \ (ml)}}$

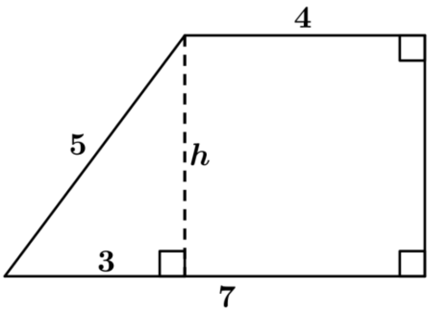
b) $512\ km^2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (ha)$ $\qquad 512\ km^2 = \underline{\underline{51200\ \ (ha)}}$

c) $0{,}035\ \mathrm{dm} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mm)$ $\qquad 0{,}035\ \mathrm{dm} = \underline{\underline{3{,}5\ \ (mm)}}$

2. Laske kuvan puolisuunnikkaan pinta-ala. **(6 p.)**



Täydennetään kuvaa tarvittavin tiedoin:



Suorakulmaisen kolmion kanta $= 7 - 4 = 3$.
Puolisuunnikkaan korkeus saadaan kolmiosta Pythagoraan lauseella:

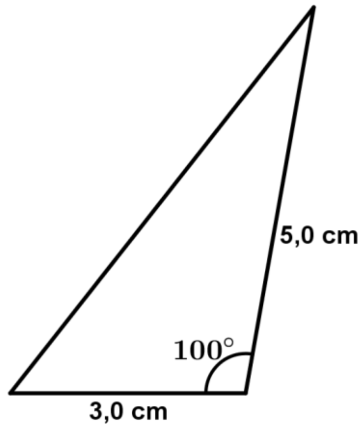
$$\begin{aligned} h^2 + 3^2 &= 5^2 \\ h^2 &= 25 - 9 \\ h^2 &= 16 \ \|\sqrt{\ } \\ (h = -4)\ \ &\text{tai}\ \ h = 4 \end{aligned}$$

Puolisuunnikkaan pinta-ala:

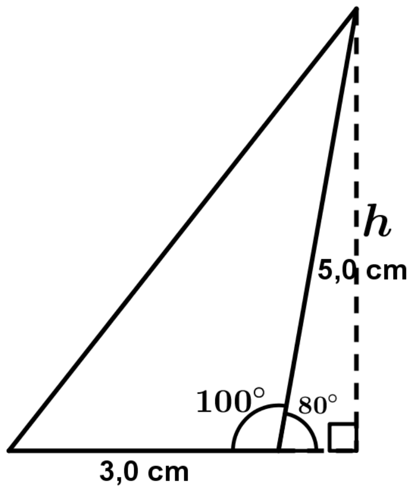
$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{4+7}{2} \cdot 4 = \underline{\underline{22}}$$

B-OSA

1. Laske kolmion pinta-ala.



Tehdään mallikuva, johon muodostuu avuksi suorakulmainen kolmio:



Kolmion korkeus:

$$\frac{\sin 80^\circ}{1} = \frac{h}{5,0}$$

$$1 \cdot h = 5,0 \cdot \sin 80^\circ$$

$$h = 4,924\ldots \text{ (cm)}$$

Kolmion ala:

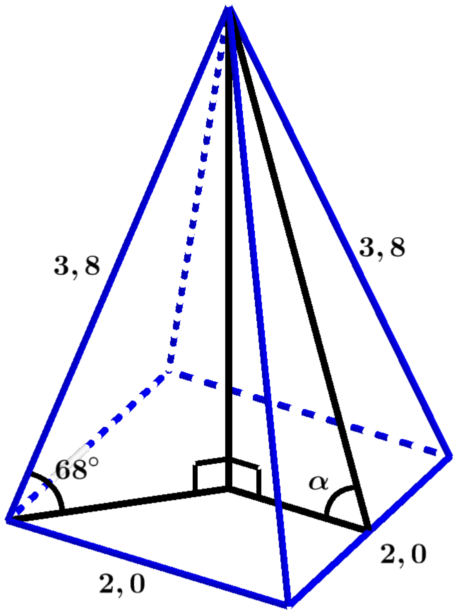
$$A = \frac{3,0 \cdot h}{2}$$

$$= \frac{3,0 \cdot 4,924\ldots}{2}$$

$$= 7,386\ldots$$

$$\approx \underline{\underline{7,4 \text{ cm}^2}}$$

2. Kuvassa on suora pyramidi, jonka pohjaneliön sivujen pituudet ovat 2,0 ja sivusärmät 3,8. Pohjan ja sivusärmän välinen kulma on 68°. Laske pohjan ja sivutahkon välinen kaltevuuskulma α.



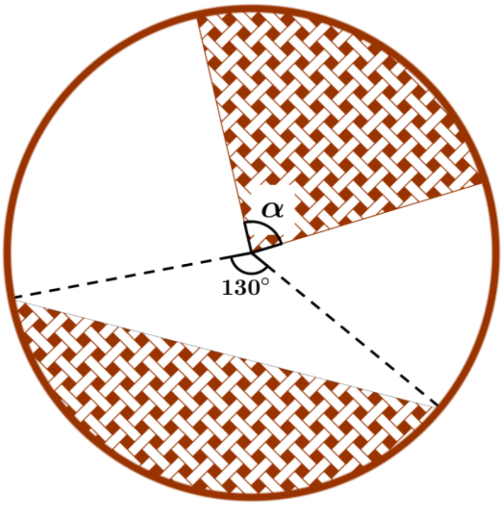
Merkitään pyramidin korkeus $= h$.

$$\frac{\sin 68^\circ}{1} = \frac{h}{3,8}$$
$$1 \cdot h = 3,8 \cdot \sin 68^\circ$$
$$h = 3,8 \cdot \sin 68^\circ \quad (= 3,523...)$$

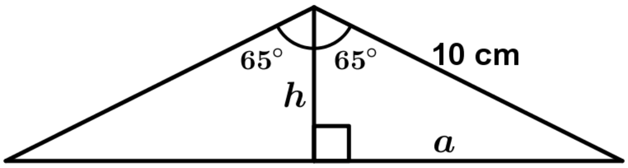
Kulma α :

$$\tan\alpha = \frac{h}{2,0:2}$$
$$\tan\alpha = \frac{3,523...}{1,0} \quad \| \tan^{-1}$$
$$\alpha = 74,154...^\circ$$
$$\underline{\underline{\alpha \approx 74^\circ}}$$

3. Antti ja Bella syövät ympyrän muotoista pitsaa, jonka säde on 10 cm. Rapeita reunoja rakastava Antti leikkaa 130°:n keskuskulmaa vastaavaan segmentin pitsasta. Kuinka suuri on oltava Bellan leikkaaman sektorin keskuskulma α, jotta molempien kaverusten palat ovat yhtä suuret? Anna vastaus asteen tarkkuudella.



Antin segmenttiä vastaava keskuskolmio:



$$\frac{\cos 65^\circ}{1} = \frac{h}{10}$$

$$h = 10\cos 65^\circ = 4,226...$$

$$\frac{\sin 65^\circ}{1} = \frac{a}{10}$$

$$a = 10\sin 65^\circ = 9,063...$$

Antin segmentin ala:

$$\begin{aligned} A_{segmentti} &= A_{sektori} - A_{kolmio} \\ &= \frac{130}{360}\cdot\pi\cdot 10^2 - \frac{2a\cdot h}{2} \\ &= \frac{130}{360}\cdot\pi\cdot 10^2 - \frac{2\cdot 9,063...\cdot 4,226...}{2} \\ &= 75,1441... \\ &\approx 75\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Bellan leikkaaman sektorin keskuskulma α:

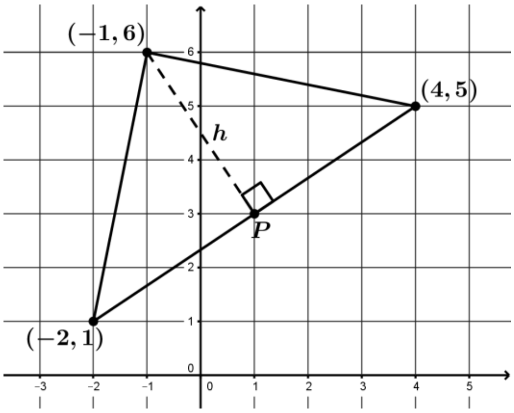
$$\frac{\alpha}{360}\cdot\pi\cdot 10^2 = 75$$

$$\alpha = 85,943...^\circ$$

$$\alpha \approx 86^\circ$$

Vastaus. Bellan leikkaamaan pitsaslicen keskuskulman on oltava 86°.

4. Pisteiden $(-2, 1)$ ja $(4, 5)$ yhdysjana on tasakylkisen kolmion kanta ja kolmion huippu on pisteessä $(-1, 6)$. Laske kolmion korkeus.



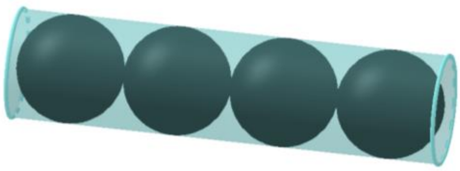
Koska kolmio on tasakylkinen, niin korkeusjana osuu kannan keskipisteeseen *P*.

$$P = \left(\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{1+5}{2}\right) = (1, 3).$$

Kolmion korkeus on pisteiden $(-1, 6)$ ja $(1, 3)$ välinen etäisyys:

$$h = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-(-1))^2 + (3-6)^2} = \underline{\underline{\sqrt{13}}} = 3,605... \approx \underline{\underline{3,6}}$$

5. Täysinäisessä tiiviisti pakatussa ympyrälieriön muotoisessa säilytyskotelossa on neljä tennispalloa, joiden jokaisen halkaisija on 6,8 cm. **(6 p.)**



a) Kuinka monta prosenttia pallojen yhteistilavuus on kotelon tilavuudesta?

b) Kumpi on suurempi – pallojen yhteispinta-ala vai kotelon vaipan pinta-ala?

a) Pallon säde = 6,8 : 2 = 3,4 cm.

$$\mathrm{V}_{\text{pallot}} = 4 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{16\pi \cdot 3,4^3}{3} = 658,544...\ \mathrm{cm}^3$$

$$\mathrm{V}_{\text{lieriö}} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3,4^2 \cdot (4 \cdot 6,8) = 987,817...\ \mathrm{cm}^3$$

Pallojen osuus kotelon tilavuudesta = $\dfrac{658,544...}{987,817...} = 0,666... \approx \underline{\underline{67\,\%}}$

b) $\mathrm{A}_{\text{pallot}} = 4 \cdot 4\pi r^2 = 16\pi r^2$ $\qquad$ $\mathrm{A}_{\text{vaippa}} = 2\pi r \cdot 8r = 16\pi r^2$

Vastaus: pallojen yhteispinta-ala ja kotelon vaipan pinta-ala ovat yhtäsuuret!

6. Martti Maanviljelijä omistaa maita ja mantuja. Hän katselee maitaan kartasta, jonka mittakaava on 1 : 20 000.

a) Kuinka pitkä on kartalla tie, jonka pituus luonnossa on 380 m? Anna vastaus senttimetreinä.

b) Martin omistama metsäalue peittää kartalla 2,5 cm^2. Kuinka monta hehtaaria metsää Martti omistaa?

a) Merkitään pituutta kartalla *x*.

$$\frac{x}{380} = \frac{1}{20000}$$

$$20000x = 380 \,||: 20000$$

$$x = \frac{380}{20000} = 0{,}019\ (m) = \underline{\underline{1{,}9\ cm}}$$

b) Merkitään kysyttyä pinta-alaa *A*:lla. Alojen suhde on mittakaavan neliö!

$$\frac{2{,}5}{A} = \left(\frac{1}{20000}\right)^2$$

$$\frac{2{,}5}{A} = \frac{1}{400000000}$$

$$A = 2{,}5 \cdot 400000000 = 1000000000\ cm^2 = \underline{\underline{10\ ha}}$$