

MAB4 (Matemaattisia malleja)

Välitesti 3 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ratkaise ilman laskinohjelmistoja yhtälöt

a) $2^{x+1} = 8$ (1 p.)

b) $2x^2 = 18$ (1 p.)

c) $2^x = 5$ (1 p.)

a)

$$2^{x+1} = 8$$

$$2^{x+1} = 2^3 \quad (\text{samat kantaluvut} \Rightarrow \text{eksponentit oltava samat!})$$

$$x+1 = 3$$

$$\underline{\underline{x = 2}} \quad (1 \text{ p.})$$

b)

$$2x^2 = 18 \quad || : 2$$

$$x^2 = 9 \quad || \pm\sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{x = -3 \text{ tai } x = 3}} \quad (1 \text{ p.})$$

c)

$$2^x = 5$$

$$\underline{\underline{x = \log_2 5}} \quad (1 \text{ p.})$$

2. Työntekijän palkka nousee vuosittain 1,5 %. Hänen palkkansa on nyt 2500 euroa.

a) Muodosta funktio $p(x)$, joka ilmaisee työntekijän palkan x vuoden kuluttua. (2 p.)

b) Laske funktion avulla, paljonko työntekijän palkka on 4,5 vuoden kuluttua. (1 p.)

c) Paljonko palkka oli 2,5 vuotta sitten? (1 p.)

a) $\underline{\underline{p(x) = 2500 \cdot 1,015^x}}$ (2 p.)

b) $p(4,5) = 2500 \cdot 1,015^{4,5} = 2673,2353... \approx \underline{\underline{2673,24 \text{ €}}}$ (1 p.)

c) $p(-2,5) = 2500 \cdot 1,015^{-2,5} = 2408,6566... \approx \underline{\underline{2408,66 \text{ €}}}$ (1 p.)

3. a) Erään sijoituksen arvo nousi viidessä vuodessa 100 eurosta 500 euroon. Mikä oli vuotuinen keskimääräinen arvonnousuprosentti? (3 p.)
- b) Jos arvonnousu jatkuu tästä eteenpäin samanlaisena niin, kuinka monennen vuoden aikana nykyhetkestä eteenpäin sijoituksen arvo (500 €) ylittää 1000 euroa? (2 p.)

a) Olkoon vuotuinen arvonnousuprosenttikerroin = k . (1 p.)

$$100 \cdot k^5 = 500$$

$$\text{solve}(100 \cdot k^5 = 500, k) \quad k = 1.37972966146 \quad (1 \text{ p.})$$

Vuotuinen arvonnousuprosentti oli n. 38 %. (1 p.)

b) Olkoon vuodet = x .

$$k^x \cdot 500 = 1000$$

$$1,3797\dots^x \cdot 500 = 1000$$

$$\text{solve}(500 \cdot (1.3797296614612)^x = 1000, x) \quad x = 2.15338279037 \quad (1 \text{ p.})$$

Vastaus. Sijoituksen arvo ylittää 1000 € kolmannen vuoden aikana nykyhetkestä. (1 p.)