

MAB4 (Matemaattisia malleja)

Välitesti 4 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Lukujono $a_n = 3, 6, \dots$. Määritä jonon yleisen jäsenen lauseke ja laske sen avulla a_8 , kun jono on

- a) aritmeettinen,
- b) geometrinen.

a) Kun jono on aritmeettinen, se jatkuu seuraavasti: $a_n = 3, 6, 9, 12, 15, \dots$

$$d = 6 - 3 = 3$$

Yleinen jäsen on:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\ &= 3 + (n-1) \cdot 3 && (1 \text{ p.}) \\ &= 3 + 3n - 3 \\ &= 3n \end{aligned}$$

$$\text{Siis } a_n = \underline{\underline{3n}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$a_8 = 3 \cdot 8 = \underline{\underline{24}} \quad (1 \text{ p.})$$

b) Kun jono on geometrinen, se jatkuu seuraavasti: $a_n = 3, 6, 12, 24, 48, \dots$

$$q = \frac{6}{3} = 2 \quad (1 \text{ p.})$$

Yleinen jäsen on:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot q^{n-1} \\ &= 3 \cdot 2^{n-1} \end{aligned}$$

$$\text{Siis } a_n = \underline{\underline{3 \cdot 2^{n-1}}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$a_8 = 3 \cdot 2^{8-1} = 3 \cdot 2^7 = \underline{\underline{384}} \quad (1 \text{ p.})$$

2. Ville aloittaa juoksuprojektin tammikuun 1. päivä juosten 1 km matkan. Kuinka pitkän matkan hän juoksee vuoden viimeisenä päivänä, jos hän juoksee vuoden jokaisena päivänä ja lisää juoksumatkaa

a) 50 m päivittäin,

b) 1% päivittäin? Vuodessa on 365 päivää.

a) Villen juoksumatkat muodostavat aritmeettisen lukujonon, $d = 50$ (m). (1 p.)

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\a_{365} &= 1000 + (365-1) \cdot 50 && (1 \text{ p.}) \\&= 19200 \text{ (m)} \\&= 19,2 \text{ (km)} && (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

Vastaus: Ville juoksee vuoden viimeisenä päivänä 19,2 km.

b) Villen juoksumatkat muodostavat geometrisen lukujonon, $q = 1,01$. (1 p.)

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 \cdot q^{n-1} \\a_{365} &= 1000 \cdot 1,01^{365-1} && (1 \text{ p.}) \\&= 37409,34\dots \text{ (m)} \\&\approx 37,4 \text{ (km)} && (1 \text{ p.})\end{aligned}$$

Vastaus: Ville juoksee vuoden viimeisenä päivänä 37,4 km.