

MAB4 (Matemaattisia malleja)

Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohtjeen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Laske summa $2+5+8+ \dots +245$. (6 p.)

Summa on *aritmeettinen*, $d = 5 - 2 = 3$. (1 p. + 1 p.)

Lasketaan, kuinka mones jäsen lukujonossa viimeinen yhteenlaskettava luku 245 on:

$$a_n = a_1 \cdot (n-1) \cdot d$$
$$245 = 2 + (n-1) \cdot 3 \quad (1 \text{ p.})$$

$$245 = 2 + 3n - 3$$
$$-3n = -246 \parallel : (-3)$$
$$n = 82 \quad (1 \text{ p.})$$

Summa:

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$
$$S_{82} = 82 \cdot \frac{2 + 245}{2} \quad (1 \text{ p.})$$
$$= \underline{\underline{10127}} \quad (1 \text{ p.})$$

KÄÄNNÄ →

2. Ville aloittaa juoksuprojektin tammikuun 1. päivä juosten 1 km matkan. Kuinka pitkän matkan hän juoksee *vuodessa yhteensä* (vrt. välitesti 4, t.2), jos hän juoksee vuoden jokaisena päivänä ja lisää juoksumatkaa

a) 50 m päivittäin, (3 p.)

b) 1% päivittäin? Vuodessa on 365 päivää. Anna vastaukset kilometrien tarkkuudella. (3 p.)

a) Villen juoksumatkat muodostavat aritmeettisen lukujonon, $d = 50$ (m). (1 p.)

Viimeisen päivän juoksumatka:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\ a_{365} &= 1000 + (365-1) \cdot 50 \\ &= 19200 \text{ (m)} \end{aligned} \quad (1 \text{ p.})$$

Summataan juoksumatkat yhteen:

$$\begin{aligned} S_n &= n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \\ S_{365} &= 365 \cdot \frac{1000 + 19200}{2} \\ &= 3686500 \text{ (m)} \\ &\approx 3687 \text{ (km)} \end{aligned} \quad (1 \text{ p.})$$

Vastaus: Ville juoksee vuodessa yhteensä 3687 km.

b) Villen juoksumatkat muodostavat geometrisen lukujonon, $q = 1,01$. (1 p.)

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \\ S_{365} &= \frac{1000 \cdot (1-1,01^{365})}{1-1,01} \\ &= 3678343,433 \text{ (m)} \\ &\approx 3678 \text{ (km)} \end{aligned} \quad (1 \text{ p.})$$

Vastaus: Ville juoksee vuodessa yhteensä 3678 km.