

MAB5-Harjoituskoe

RATKAISUT

1. Fysiikan ylioppilaskokeessa jaettiin keväällä 2017 oheisen taulukon mukaisesti arvosanoja. Eri arvosanoille annetaan taulukon mukaiset lukuarvot.

Fysiikka, kevät 2017, arvosanjakauma (f)						
I (0)	A (2)	B (3)	C (4)	M (5)	E (6)	L (7)
64	416	779	1343	1517	1266	469

Lähde: www.ylioppilastutkinto.fi, 2018.

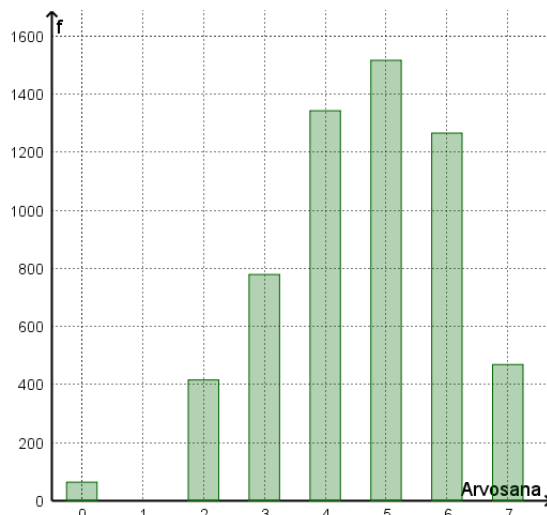
- a) Muodosta arvosanojen suhteellinen jakauma prosentin kymmenyksen tarkkuudella. (1 p.)
b) Havainnollista sekä absoluuttista että suhteellista jakaumaa pylväsdiagrammeihin. (2 p.)
c) Määritä arvosanojen keskiarvo, keskihajonta ja mediaaniarvosana. (3 p.)

a) Arvosanojen suhteellinen jakauma on merkitty oheiseen kuvankaappaukseen:

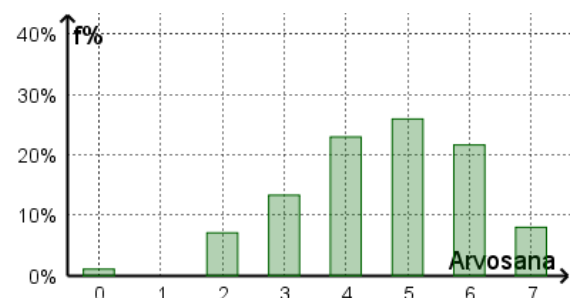
Arvosana	Arvosanan lukuarvo	f	f%
I (0)	0	64	1.1
A (2)	2	416	7.1
B (3)	3	779	13.3
C (4)	4	1343	22.9
M (5)	5	1517	25.9
E (6)	6	1266	21.6
L (7)	7	469	8
	Yhteensä:	5854	100

n	5854
Keskiarvo	4.6131
σ	1.4358
s	1.436
Σx	27005
Σx^2	136645
Min	0
Q1	4
Mediaani	5
Q3	6
Max	7

b) Arvosanojen absoluuttisen ja suhteellisen jakauman pylväsdiagrammit:



Absoluuttinen jakauma



Suhteellinen jakauma

c) a-kohdan kuvankaappauksesta nähdään:

$$\text{Keskiarvo } \bar{x} = 4,6131 \approx \underline{\underline{4,6}}$$

$$\text{Keskihajonta } \sigma = 1,4358 \approx \underline{\underline{1,44}}$$

Mediaaniarvosana on lukuarvoltaan 5 eli M.

2. Villellä on kaksi karkkipussia. Ensimmäisessä pussissa on 3 salmiakkiufoa, 2 merkkaria ja 5 liitulakua. Toisessa pussissa on 5 merkkaria, 3 liitulakua ja 4 hedelmäkarkkia.
- a) Ville valitsee umpimähkään karkkipussin ja sieltä sattumanvaraisen karkin. Millä todennäköisyydellä hän saa merkkarin?
- b) Jos Ville kaataisikin karkit samaan pussiin ja valitsisi sieltä sattumanvaraisen karkin, niin millä todennäköisyydellä hän saisi merkkarin?

a)

$P(\text{Saa merkkarin}) = P(\text{Valitsee 1. pussin ja sieltä merkkarin tai valitsee 2. pussin ja sieltä merkkarin})$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3+2+5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{5+3+4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{12} \\ &= \frac{37}{120} \\ &= 0,30833... \\ &\approx \underline{\underline{0,3083}} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} P(\text{Saa merkkarin}) &= \frac{2+5}{3+2+5+5+3+4} \\ &= \frac{7}{22} \\ &= 0,31818... \\ &\approx \underline{\underline{0,3182}} \end{aligned}$$

3. Eräässä lukiassa oli kolme mab5-kurssin rinnakkaisryhmää: ryhmässä A oli 24 opiskelijaa ja ryhmän kurssikookeskiarvo oli 7,3. Ryhmässä B oli 17 opiskelijaa ja tämän ryhmän keskiarvo oli 7,8. Ryhmässä C oli 28 opiskelijaa ja heidän keskiarvo oli 7,6. Mikä oli kaikkien mab5-opiskelijoiden kurssikookeskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella?

$$\frac{24 \cdot 7,3 + 17 \cdot 7,8 + 28 \cdot 7,6}{24 + 17 + 28} = \frac{520,6}{69} = 7,5449... \approx \underline{\underline{7,5}}$$

4. Monopoly-pelissä pelaaja heittää kahta noppaa ja siirtää pelinappulaansa silmälukujen summan verran. Pelaaja on Tehtaankadulla. Jos hänen heittämiensä noppien silmälukujen summa on kuusi tai kahdeksan, niin hän joutuu Mannerheimintielle tai Erottajalla sijaitsevaan toisen pelaajan omistamaan hotelliin. Kuinka suurella todennäköisyydellä näin tapahtuu? (yo-tehtävä kevät-2018/t.7a)



Kuva: YTL.

Kuvataan kahden nopan heittoa oheisella ruudukkomallilla:

2. NOPPA	6		8				
	5	6		8			
	4		6		8		
	3			6		8	
	2				6		8
	1					6	
		1	2	3	4	5	6
							1. NOPPA

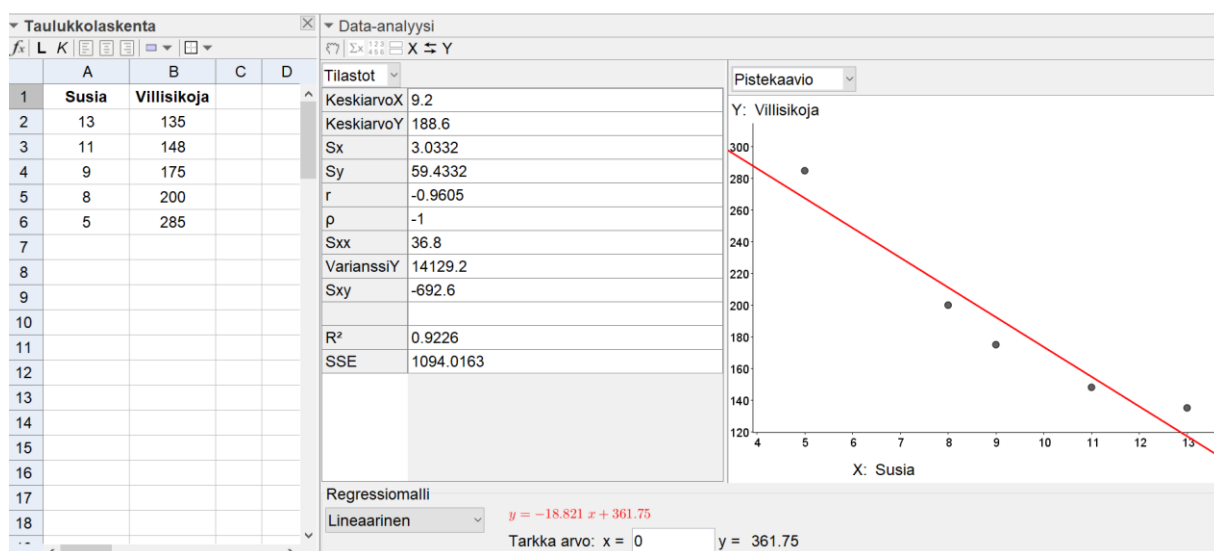
$$P(\text{summaksi tulee 6 tai 8}) = \frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} (\approx 0,2778)$$

5. Suomen villisikapopulaatio on kasvanut voimakkaasti, koska sen luontaista vihollista sutta on metsästetty. Taulukossa on erään alueen susi- ja sikakantojen kokoja muutamilta vuosilta.

Vuosi	2005	2008	2010	2012	2015
Susia	13	11	9	8	5
Villisikoja	135	148	175	200	285

- a) Piirrä pistejoukko koordinaatistoon ja sovita siihen regressiosuora.
- b) Anna regressiosuoran yhtälö ja riippuvuuden voimakkuutta kuvaava korrelaatiokerroin kahden merkitsevän numeron tarkkuudella.
- c) Mikä on tämän mallin mukaan villisikapopulaation koko, kun sudet on metsästetty kokonaan alueelta?

- a) Pistejoukko ja regressiosuora näkyvät kuvankaappauksessa:



- b) Kuvankaappauksesta nähdään, että regressiosuoran yhtälö on $y = -18,82x + 361,75$ ja korrelaatiokerroin $r \approx -0,96$.

- c) $x = \text{sudet} = 0$. Sijoitetaan yhtälöön: $y = -18,82 \cdot 0 + 361,75 = 361,75 \approx 362$. Mallin mukaan villisikoja on n. 362 kappaletta, kun kaikki sudet on metsästetty.

6. a) Kuinka monella eri tavalla on mahdollista vastata sellaiseen monivalintakokeeseen, jossa on 10 kysymystä ja jokaisessa kysymyksessä 3 vastausvaihtoehtoa a, b, ja c? Mitään kohtaa ei jätetä vastaamatta.

b) Kuinka monella eri tavalla voit valita ne 6 tehtävää, jotka teet tässä kurssikokeessa?

a) Jokaisessa vastauksen valintavaiheessa, joita on 10, on 3 vastausvaihtoehtoa. Tuloperiaatteen mukaan erilaisia vastausrivejä on siten $3^{10} = 59049$ kappaletta.

b) 6 tehtävää voidaan valita tämän kokeen 8 tehtävän joukosta $\binom{8}{6} = 28$ eri tavalla.

7. Erään lukion matematiikan kokeen (maksimipistemäärä 36 pistettä) keskiarvo oli 18,4 pistettä ja keskihajonta 6,13 pistettä. Vastaavan lukion ruotsin kokeen (maksimipistemäärä 120 pistettä) keskiarvo oli 68,5 pistettä ja keskihajonta 12,6 pistettä. Jere sai matikan kokeesta 22 pistettä. Mikä pistemäärä Jeren olisi pitänyt saada ruotsin kokeesta, jotta hän olisi menestynyt siinä suhteellisesti yhtä hyvin kuin matematiikan kokeessa?

x = Jeren ruotsin pistemäärä. Normitettu arvo lasketaan $z = \frac{x - \bar{x}}{\delta}$.

Jeren ruotsin normitettu pistemäärä = Jeren matikan normitettu pistemäärä

$$\frac{x - 68,5}{12,6} = \frac{22 - 18,4}{6,13}$$

$$\text{solve}\left(\frac{x - 68.5}{12.6} = \frac{22 - 18.4}{6.13}, x\right)$$

$$x = 75.8996737357$$

Vastaus. Jeren olisi pitänyt saada ruotsin kokeesta 76 pistettä.

8. Eräissä arpajaisissa voittavia arpoja on 8% arvoista. Millä todennäköisyydellä

a) voitat täsmälleen jommallakummalla arvalla, kun ostat kaksi arpaa?

b) voitat ainakin yhdellä arvalla, kun ostat 10 arpaa?

a)

$$P(\text{arpa voittaa}) = 0,08$$

$$P(\text{arpa häviää}) = 1 - 0,08 = 0,92$$

$$\begin{aligned} P(\text{täsmälleen toinen arvoista voittaa}) &= P(\text{1. voitto ja 2. häviö TAI 1. häviö ja 2. voitto}) \\ &= 0,08 \cdot 0,92 + 0,92 \cdot 0,08 \\ &= \underline{\underline{0,1472}} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} P(\text{ainakin yksi kymmenestä voittaa}) &= 1 - P(\text{yksikään ei voita}) \\ &= 1 - (0,92)^{10} \\ &= 0,56561\dots \\ &\approx \underline{\underline{0,5656}} \end{aligned}$$