

MAB6 (Talousmatematiikka)

Harjoituskoe / ratkaisut

A-OSA

1. Alennusmyynnin lopussa annettiin jo kertaalleen alennetuista hinnoista 40 % lisäalennus ja mainostettiin, että kokonaisalennus on 58 % alkuperäisistä hinnoista. Kuinka monta prosenttia oli alennusmyynnin alussa ollut ensimmäinen alennus?

a = tuotteen alkuperäinen hinta

x = ensimmäisen alennuksen prosenttikerroin

$$a \cdot x \cdot (1 - 0,40) = (1 - 0,58) \cdot a$$

$$a \cdot x \cdot 0,60 = 0,42 \cdot a \quad || : a$$

$$0,60x = 0,42 \quad || : 0,60$$

$$x = \frac{0,42}{0,60}$$

$$x = 0,70 \quad \Rightarrow \quad 1. \text{ alennus oli siten } 1 - 0,70 = 0,30 = \underline{\underline{30 \%}}$$

2. Turisti vaihtoi Suomessa ollessaan 1200 USA:n dollaria Norjan kruunuiksi. Kuinka monta kruunua hän sai (yhden kruunun tarkkuudella), kun vaihdot tapahtuvat euron kautta oheisten valuuttakurssien mukaisesti.

	myyntikurssi	ostokurssi
Norjan kruunu (NOK)	8,2640	8,5990
USA:n dollari (USD)	1,1966	1,2426

Aluksi pankki ostaa dollarit:

$$1,2426 \text{ USD} = 1 \text{ EUR} \quad || : 1,2426$$

$$1 \text{ USD} = \frac{1}{1,2426} \text{ EUR} \quad || \cdot 1200$$

$$1200 \text{ USD} = \frac{1200}{1,2426} \text{ EUR}$$

$$1200 \text{ USD} = 965,717... \text{ EUR}$$

$$1200 \text{ USD} \approx 965,72 \text{ EUR}$$

Lopuksi pankki myy kruunut:

$$1 \text{ EUR} = 8,2640 \text{ NOK} \quad || \cdot 965,72$$

$$965,72 \text{ EUR} = 7980,710... \text{ NOK}$$

$$965,72 \text{ EUR} \approx 7981 \text{ NOK}$$

Vast. Turisti saa 7981 Norjan kruunua.

B-OSA

3. Antti ottaa 1300 €:n lainan, jonka vuosikorkokanta on 8,50 %. Laina maksetaan takaisin kolmen vuoden aikana *puolivuositain*. Kuinka suurina ovat lainan hoitomaksuerät, kun kyseessä on *tasalyhennyslaina*?

$$\text{Lyhennysten lukumäärä} = 3 \cdot 2 = 6.$$

$$\text{Lainan kertalyhennys} = \frac{1300}{6} = 216,666\dots = 216,67 \text{ (€)}.$$

Taulukkolaskentasovelluksella soluviittauksia hyödyntäen voidaan laskea hoitomaksuerät, jotka näkyvät taulukossa **lihavoituina**.

1. korko laskettu: $A2 \cdot 0.085 \cdot 1/2$
1. hoitomaksuerä laskettu: $B2 + C2$
2. lainaa jäljellä laskettu: $A2 - B2$

Tämän jälkeen soluviittaukset on kopioitu "maalamalla".

	A	B	C	D
1	Lainaa jäljellä	Lyhennys	Korko	Hoitomaksuerä
2	1300	216.67	55.25	271.92
3	1083.33	216.67	46.04	262.71
4	866.66	216.67	36.83	253.5
5	649.99	216.67	27.62	244.29
6	433.32	216.67	18.42	235.09
7	216.65	216.67	9.21	225.88

4. Bella ottaa 1300 €:n lainan, jonka vuosikorkokanta on 8,50 %. Laina maksetaan takaisin kolmen vuoden aikana *puolivuositain*. Kuinka suurina ovat lainan hoitomaksuerät, kun kyseessä on *tasaerälaina*?

$$K = 1300$$

$$n = 3 \cdot 2 = 6$$

$$\text{Puolivuosisikorkokanta} = \frac{8,5\%}{2} = 4,25\% = 0,0425 \quad \Rightarrow \quad q = 1 + 0,0425 = 1,0425$$

Tasaerälainassa jokainen hoitomaksuerä on yhtä suuri. Annuiteetin suuruus:

$$\begin{aligned} A &= Kq^n \frac{1-q}{1-q^n} = 1300 \cdot 1,0425^6 \cdot \frac{1-1,0425}{1-1,0425^6} \\ &= 250,012\dots \\ &\approx \underline{\underline{250,01 \text{ (€)}}} \end{aligned}$$

5. Käytä hyödyksesi oheista valtion tuloverotaulukkoa.

a) Kuinka paljon valtionveroa joutuu maksamaan, jos verotettava ansiotulo on 29 000 €?

b) Veikko Veronmaksaja maksoi valtion tuloveroa 3614 €. Kuinka suuret olivat Veikon verotettavat ansiotulot?

Verotettava ansiotulo €	Vero alarajan kohdalla €	Vero alarajan ylittävästä tulon osasta %
12 000 – 15 400	8	10,5
15 400 - 20 500	365	15
20 500 - 32 100	1 130	20,5
32 100 - 56 900	3 508	26,5
56 900-	10 080	33,5

a) Valtion tuloveroa on maksettava $1130 + (29000 - 20500) \cdot 0,205 = \underline{\underline{2872,50}}$ (€)

b) Olkoon $x =$ Veikon verotettavat ansiotulot.

Maksetusta veron määrästä voidaan päätellä, että ansiotulot kuuluvat toiseksi viimeiseen veroluokkaan, sillä maksettu vero oli suurempi kuin alaraja 3508 mutta kuitenkin pienempi kuin viimeisen luokan alaraja 10080 €.

$$\text{solve}(3508 + (x - 32100) \cdot 0.265 = 3614, x) \quad x = 32500$$

Vastaus. Veikon ansiotulot valtionverotuksessa olivat 32 500 €.

6. Oheisessa taulukossa on kuluttajahintaindeksin pisteluvut vuosina 2006 ja 2007.

Vuosi	Kuluttajahintaindeksi
2006	101,6
2007	104,1

a) *Perustelee*, oliko vuodesta 2006 vuoteen 2007 inflaatio vai deflaatio?

b) Laske inflaatio-/deflaatioprosentti vuodesta 2006 vuoteen 2007.

c) Vuonna 2006 erään kuntosalin kuukausimaksu oli 24,50 €. Vuonna 2007 kuntosalin kuukausimaksuun tehtiin kuluttajahintaindeksin mukainen alennus/korotus. Mikä oli kuukausimaksu vuonna 2007?

a) Koska kuluttajahintaindeksin pisteluku on noussut (eli hinnat ovat nousseet), on kyseessä rahan arvon aleneminen eli inflaatio.

b) Inflaatioprosentti oli $\frac{104,1-101,6}{101,6} = 0,024606... \approx \underline{\underline{2,46\%}}$.

c) Koska hinnat olivat nousseet, tehtiin kuukausimaksuunkin hinnan korotus indeksimuutoksen suhteessa:

x = korotettu hinta.

$$\frac{101,6}{104,1} = \frac{24,50}{x}$$

$$\text{solve}\left(\frac{101.6}{104.1} = \frac{24.5}{x}, x\right) \quad x=25.1029$$

Vastaus. Vuonna 2007 kuntosalin kuukausimaksuksi asetettiin 25,10 €.

7. Mira tallettaa säästötilille 4000 € viideksi kuukaudeksi. Talletukselle maksettiin viiden kuukauden ajalta korkoa 30 prosentin lähdeveron perimisen jälkeen 20,42 €. Mikä oli säästötilin vuosikorkokanta?

Kyseessä on yksinkertainen korkolaskenta, sillä talletusaika on alle korkokauden.

$$r = kit$$

$$r = 20,42 \text{ (€)}$$

$$k = 4000 \text{ (€)}$$

$$i = \text{nettokorkokanta}$$

$$t = \frac{5}{12}$$

$$\text{solve}\left(20.42=4000 \cdot i \cdot \frac{5}{12}, i\right)$$

$$i=0.012252$$

Tämä on nettokorkokanta, jossa on huomioitu lähdeveron perintä.
Olkoon x = vuosikorkokanta.

$$\text{solve}(0.7 \cdot x=0.012252, x)$$

$$x=0.017503$$

Vuosikorkokanta on $x = 0,017503 \approx \underline{\underline{1,75 \%}}$.

8. Heidi tallettaa 1.1. kiinteäkorkoiselle sijoitustilille 5000 €. Kymmenen vuoden kuluttua talletuksesta tilillä on rahaa 6000 €. Talletukselle maksetaan korkoa kerran vuodessa vuoden lopussa.
- a) Mikä on sijoitustilin korkokanta? Anna vastaus prosentin sadasosan tarkkuudella.
- b) Kuinka monen vuoden kuluttua talletushetkestä tilin rahamäärä ylittää 10 000 €?

a) Olkoon k = korkoprosenttikerroin .

$$\text{solve}(5000 \cdot k^{10} = 6000, k) | k > 0$$
$$k = 1.01839937615$$

Vastaus. Sijoitustilin vuosikorkokanta on 1,84 %.

b) Olkoon x = kysytyt vuodet.

$$\text{solve}(5000 \cdot k^x > 10000, x) | k = 1.0184$$
$$x > 38.016562852$$

Tarvitaan siis vielä 39. koronmaksukerta, jotta rahamäärä ylittää 10 000 €.

Vastaus. Rahamäärä ylittää 10 000 € 39 vuoden kuluttua talletushetkestä.