

Ratkaisut

MAB6 – VÄLITESTI 5

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon! Kertaa tarvittaessa.

1. Muodosta geometrisen lukujonon 2, 6, 18, 54, ...

a) *n.* jäsenen kaava (1p.)

Ratkaisu: $a_1 = 2$ ja $q = 3$, joten $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ (1p.)

b) 20. jäsen (1p.)

Ratkaisu: $a_{20} = 2 \cdot 3^{20-1} = 2\,324\,522\,934$ (1p.)

c) 20 ensimmäisen jäsenen summa (2p.)

Ratkaisu: $S_{20} = \frac{2(1-3^{20})}{1-3} = 3\,486\,784\,400$ (2p.)

2. Jonne tallettaa aina vuoden alussa 1000€ tilille, jonka nettokorko on 2%. Korko lisätään pääomaan aina vuoden lopussa. Kuinka monen vuoden kuluttua tilillä on yli 50 000€? (4p.)

Ratkaisu: Vuoden alussa tilillä on rahaa

$$a_1 = 1000$$

$$a_2 = 1,02 \cdot 1000 + 1000$$

$$a_3 = 1,02^2 \cdot 1000 + 1,02 \cdot 1000 + 1000$$

$$a_4 = 1,02^3 \cdot 1000 + 1,02^2 \cdot 1000 + 1,02 \cdot 1000 + 1000$$

⋮

$$a_n = \frac{1000(1-1,02^n)}{1-1,02}$$

Ratkaistaan yhtälö

$$\frac{1000(1-1,02^n)}{1-1,02} = 50000 \quad \parallel \cdot (1-1,02)$$

$$1000(1-1,02^n) = 50000 \cdot (1-1,02) \quad \parallel :1000$$

$$1-1,02^n = 50 \cdot (-0,02) \quad \parallel -1$$

$$-1,02^n = -2 \quad \parallel \cdot (-1)$$

$$1,02^n = 2$$

$$n = \frac{\lg(2)}{\lg(1,02)}$$

$$n \approx 35,003$$

Vastaus: $a_{36} > 50000$ joten 35 vuoden kuluttua tilillä on yli 50 000€ **(4p.)**

3. a) Kuvaile lukujono 4, 6, 10, 18, ... rekursiivisesti. **(2p.)**

Ratkaisu: $a_n = 2 \cdot a_{n-1} - 2$ **(2p.)**

b) Mikä on a) -kohdan lukujonon 20. jäsen? **(2p.)**

Ratkaisu: Laskimella $a_{20} = 1048578$ **(2p.)**