

MAB7 (Matemaattinen analyysi)

Välitesti 3 - ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ohessa on paraabelin $f(x)$ kuvaaja ja sille piirrettynä kaksi tangenttisuoraa. Päättelä kuvan perusteella,

a) mitä on $f(0)$,

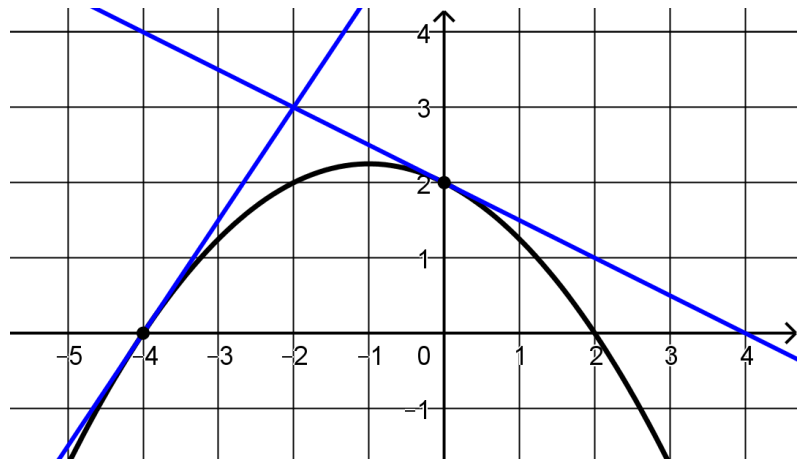
b) mitä on $f'(0)$,

c) mitä on funktion keskimääräinen muutosnopeus välillä $-4 \leq x \leq 0$,

d) mitä on funktion hetkellinen muutosnopeus kohdassa $x = -4$,

e) mitkä ovat funktion f nollakohdat,

f) mitkä ovat funktion f derivaatan nollakohdat?



a) $f(0) = \underline{\underline{2}}$ (1 p.)

b) $f'(0) = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$ (1 p.)

c) Etsitään kuvaajalta pisteet, joissa $x = -4$ ja $x = 0$. Saadaan pisteet $(-4, 0)$ ja $(0, 2)$. Keskimääräinen muutosnopeus on pisteiden kautta kulkevan suoran (ks. kuva) kulmakerroin:

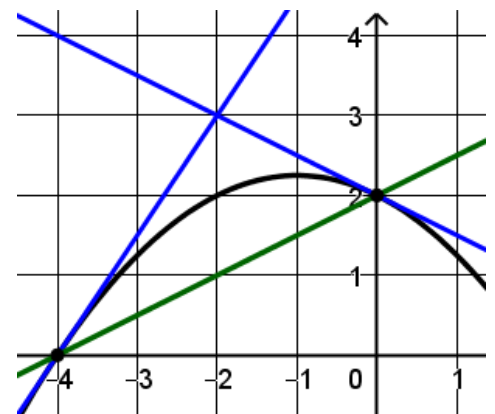
$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 0}{0 - (-4)} = \frac{2}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \quad (1 \text{ p.})$$

d) Derivaatta kertoo hetkellisen muutosnopeuden:

$$f'(-4) = \underline{\underline{\frac{3}{2}}} \quad (1 \text{ p.})$$

e) $f(x) = 0$, kun $\underline{\underline{x = -4}}$ tai $\underline{\underline{x = 2}}$ (1 p.)

f) $f'(x) = 0$, kun $\underline{\underline{x = -1}}$. (siinä tangentti olisi vaakasuorassa eli kulmakerroin = 0) (1 p.)



2. Olkoon funktio $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$.

a) Derivoi funktio $f(x)$.

b) Laske funktion $f(x)$ hetkellinen muutosnopeus kohdassa 2.

c) Missä kohdassa funktion $f(x)$ kuvaajalle piirretyn tangentin kulmakerroin on 2.

a)

$$f(x) = 3x^2 - 4x - 2$$

$$f'(x) = 3 \cdot 2x - 4 + 0 = \underline{\underline{6x - 4}}$$

b) Funktion derivaatta kertoo funktion hetkellisen muutosnopeuden:

$$f'(x) = 6x - 4$$

$$f'(2) = 6 \cdot 2 - 4 = \underline{\underline{8}}$$

c) Lasketaan, millä x :n arvolla funktion derivaatta saa arvon 2:

$$f'(x) = 2$$

$$6x - 4 = 2 \quad || +4$$

$$6x = 6 \quad || :6$$

$$x = 1$$