

MAB7 (Matemaattinen analyysi)

Välitesti 5 - ratkaisut ja pisteytysohje

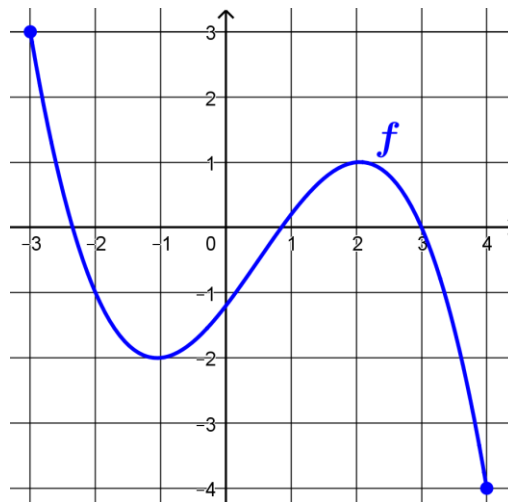
Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata! Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Kuvassa on funktion $f(x)$ kuvaaja. Vastaa kuvaajan perusteella kysymyksiin.

a) Mikä on funktion maksimi-arvo? (1 p.)

b) Mikä on funktion suurin arvo? (1 p.)

c) Määritä funktion pienin ja suurin arvo, kun $3 \leq x \leq 4$. (2 p.)

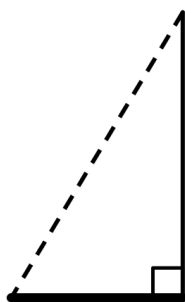


a) Maksimi-arvo on $f(2) = \underline{1}$. (maksimikohtaa $x = 2$ vastaava arvo) (1 p.)

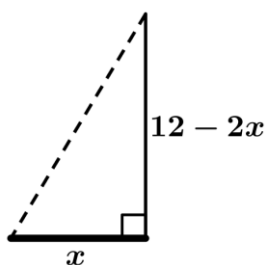
b) Funktion suurin arvo on $f(-3) = \underline{3}$. ("koko" funktion suurin arvo) (1 p.)

c) Välillä $3 \leq x \leq 4$ funktion pienin arvo on $f(4) = \underline{\underline{-4}}$ ja suurin arvo on $f(3) = \underline{0}$. (1 p. + 1 p.)

2. Suorakulmaisen kolmion kanta ja korkeus taitellaan rautalangasta, jonka kokonaispituus on 12 cm. Kolmion kanta taitellaan rautalangasta kaksinkertaiseksi. Hypotenuusaan ei tule rautalankaa. Kuinka pitkiksi valitaan taitellessa kolmion kanta ja korkeus, kun halutaan, että muodostuvan kolmion pinta-ala olisi mahdollisimman iso. (8 p.)



Merkitään kolmion kannan pituus = x ja korkeus = $12 - 2x$ (kanta oli kaksinkertainen!).



(1 p.)

Pinta-alafunktio: $A(x) = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2} = \frac{x \cdot (12 - 2x)}{2} = \frac{-2x^2 + 12x}{2} = -x^2 + 6x$ (2 p.)

Tehdään kulkukaavio ja rajataan se välille $0 < x < 6$ (kaksinkertaisena kanta ei voi ylittää 12 cm:ä):

$A'(x) = -2x + 6$ (1 p.)

$A'(x) = 0$

$-2x + 6 = 0$

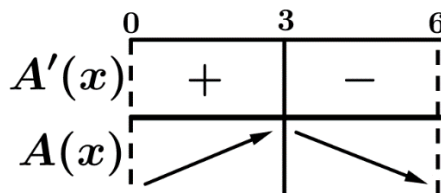
$-2x = -6 \parallel : (-2)$

$x = 3$ (1 p.)

Testikohdat:

$A'(1) = -2 \cdot 1 + 6 = 4 > 0$

$A'(4) = -2 \cdot 4 + 6 = -2 < 0$



(1 p.)

Kulkukaavion perusteella ala on siis suurin, kun kannaksi valitaan $x = 3$ (cm). (1 p.)

Korkeus on silloin $12 - 2x = 12 - 2 \cdot 3 = 6$ (cm).

Vastaus: Ala on suurin, kun kanta on 3 cm ja korkeus 6 cm. (1 p.)