MAB8-harjoituskoe **RATKAISUT**

A-OSA

1. Eräänä kuukautena yksittäisen sadepäivän todennäköisyys on 35 %. Millä todennäköisyydellä kuukauden päivistä 10 on sadepäiviä ja 20 poutapäiviä, kun kuukaudessa on 30 päivää?

Kyseessä on binomitodennäköisyys.

$$\text{P(Tasan 10 sadepäivää ja muut 20 poutapäiviä)} = \binom{30}{10} \cdot 0,35^{10} \cdot (1-0,35)^{30-10}$$

$$= \binom{30}{10} \cdot 0,35^{10} \cdot 0,65^{20}$$

$$= 0,1502173...$$

$$\approx \underline{\underline{15\% \text{ todennäköisyydellä.}}}$$

2. Tehtaassa valmistetaan nauloja, joiden pituuksien keskihajonta $\sigma = 0,9$ mm. Tehdas ilmoittaa naulojen pituudeksi 50,0 mm. Pekka tekee testin: hän ottaa pakkauksesta satunnaiset 10 naulaa, mittaa ne ja saa oheiset taulukossa olevat pituudet. Pekka laskee naulojen keskipituudelle 99 %:n luottamusvälin. Mitä Pekka voi päätellä luottamusvälin perusteella tehtaan ilmoittamasta naulojen pituudesta?

49,5	**49,6**	**50,1**	**48,8**	**50,2**
49,4	**48,9**	**50,2**	**50,1**	**49,9**

Lasketaan Pekan mittaamien naulojen keskipituus:

$$\overline{x} = \frac{49,5+49,6+...+49,4}{10} = \frac{496,7}{10} = 49,67 \text{ (mm)}$$

Muodostetaan 99 %:n luottamusväli keskiarvopituudelle:

$$\begin{aligned}\overline{x} \pm z^* \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 49,67 \pm 2,58 \cdot \frac{0,9}{\sqrt{10}} \\ &= 49,67 \pm 0,73428... \\ &\approx 49,67 \pm 0,73\end{aligned}$$

Ts. 99 %:n luottamusväli on 48,94 mm – 50,4 mm.

Koska luottamusväli sisältää tehtaan ilmoittaman keskipituuden 50 mm, niin Pekka voi päätellä tehtaan ilmoituksen olevan oikein (99 prosenttisesti).

B-OSA

3. Suomen 12 presidentin (25.6.2019 mennessä) virkaanastumisiät ovat olleet seuraavat:

54	**41**	**69**	**64**	**51**	**77**	**76**	**56**	**58**	**57**	**57**	**64**

a) Laadi virkaanastumisikien viiden luvun yhteenveto ja havainnollista sitä laatikkokuviolla. **(4 p.)**

b) Laske kvartiilivälin pituus. **(2 p.)**

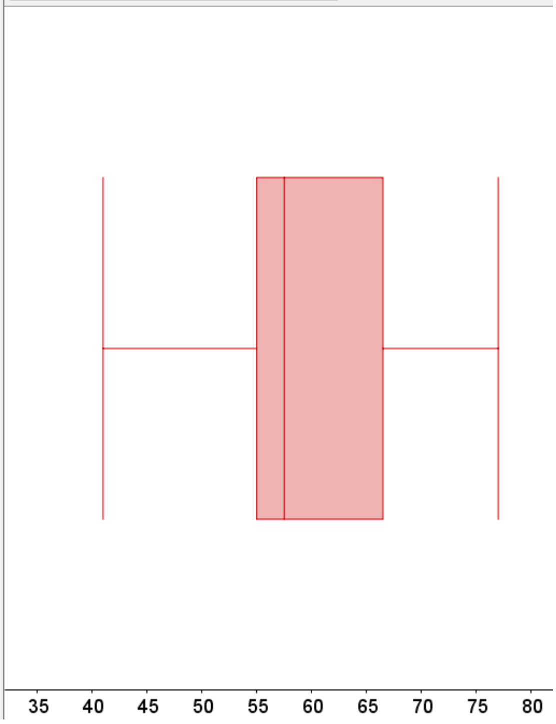
a)

	A
1	54
2	41
3	69
4	64
5	51
6	77
7	76
8	56
9	58
10	57
11	57
12	64
13	
14	
15	
16	
17	
18	

Tilastot

n	12
Keskiarvo	60.33333
σ	9.88546
s	10.32502
Σx	724
Σx²	44854
Min	41
Q1	55
Mediaani	57.5
Q3	66.5
Max	77

Laatikkokuvio



Viiden luvun yhteenveto:

Min	41
Q1	55
Mediaani	57.5
Q3	66.5
Max	77

b) Kvartiilivälin pituus $Q_3 - Q_1 = 66,5 - 55 = \underline{\underline{11,5}}$.

4. Erään lukion opiskelijoiden pituudet jakautuivat oheisen taulukon mukaisesti. Ratkaise tehtävä käyttäen tietokoneen tilastosovelluksia.

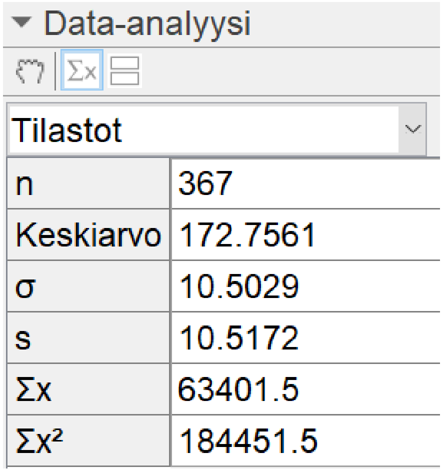
pituus (cm)	frekvenssi
150-159	23
160-169	147
170-179	92
180-189	81
190-199	24

a) Laske pituuksien keskiarvo ja keskihajonta.

b) Piirrä pituusjakaumasta histogrammi.

c) Laske suhteelliset summafrekvenssit ja piirrä kertymäkuvaaja (= summakäyrä).

a) Käytetään GeoGebran *luokat ja frekvenssi* –toimintoa ja luetaan kysytyt tunnusluvut Data-analyysistä:



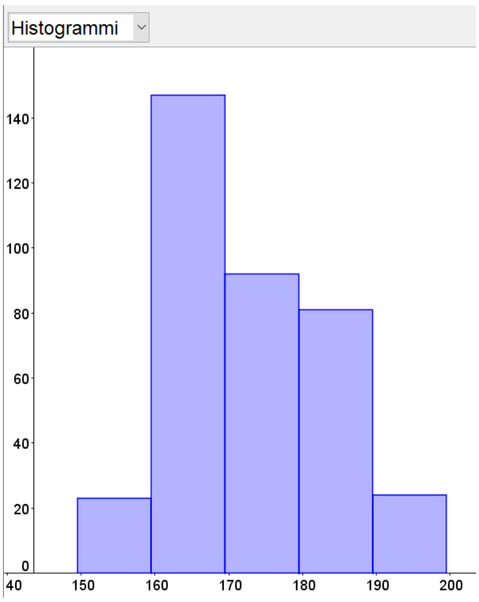
Data-analyysi

Tilastot

n	367
Keskiarvo	172.7561
σ	10.5029
s	10.5172
Σx	63401.5
Σx²	184451.5

Vastaus: Keskiarvo on 172,8 cm ja keskihajonta $\sigma = 10{,}5$ cm.

b) Histogrammi:



c) Muodostetaan suhteelliset summafrekvenssit.

Tässä kaavat joita on käytetty sarakkeessa C:

Luku **C2**: B2 / B8 * 100

Luku **C3**: C2 + B3 / B8 * 100

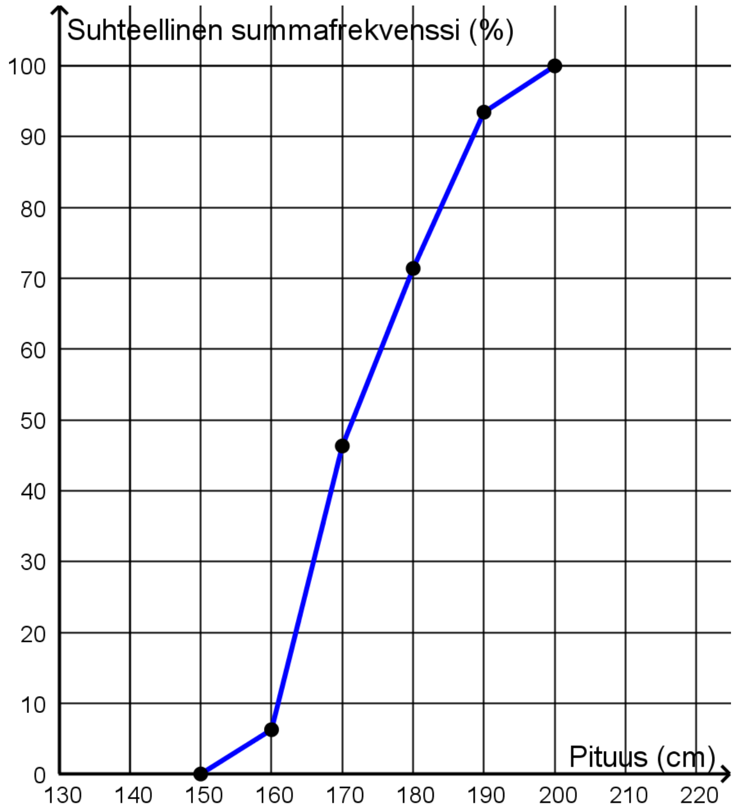
Tämä kaava on kopioitu loppuihin C-sarakkeen soluihin.

	A	B	C
1	**Luokat**	**frekvenssi**	**sf%**
2	150-159	23	6.3
3	160-169	147	46.3
4	170-179	92	71.4
5	180-189	81	93.5
6	190-199	24	100
7			
8	Yht.	367	

Suhteelliset summafrekvenssit näkyvät sarakkeessa C.

Piirretään kertymäkuvaaja:

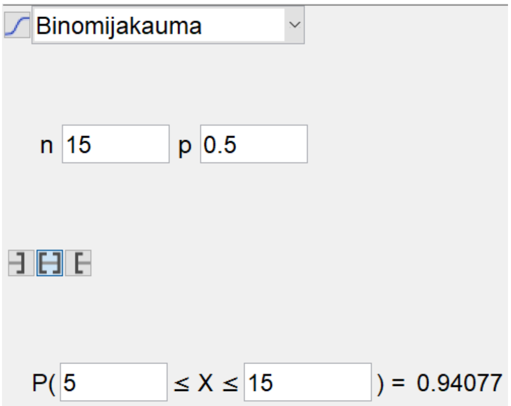
Pituus		sf%
Alle	150	0
Alle	160	6.3
Alle	170	46.3
Alle	180	71.4
Alle	190	93.5
Alle	200	100



5. Monivalintatestissä on 25 väitettä ja kussakin kaksi vastausvaihtoehtoa. Opiskelija tietää oikean vastauksen 10 väitteeseen, mutta joutuu arvaamaan loput. Millä todennäköisyydellä hän läpäisee testin, kun läpipääsyyn vaaditaan 15 oikeaa vastausta? (yo-koe/s2010)

Kyseessä on binomijakauma.

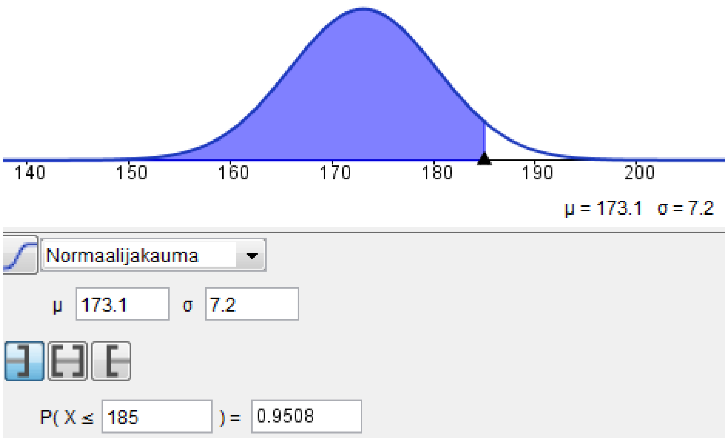
Opiskelija läpäisee testin, jos hän arvaa lopuista 15 väitteestä tasan 5 tai useamman oikein ts. hän veikkaa 5 – 15 oikein.
Lasketaan todennäköisyys GeoGebran todennäköisyyslaskurilla:



Vastaus. Opiskelija läpäisee testin n. 94,1%:n todennäköisyydellä.

6. 16-vuotiaiden poikien pituus noudattaa likimain normaalijakaumaa keskiarvon ollessa 173,1 cm ja keskihajonnan 7,2 cm. Koripallojoukkueen aloitusviisikkoon arvotaan viisi 16-vuotiasta poikaa. Millä todennäköisyydellä aloitusviisikkoon tulee ainakin yksi yli 185 cm pitkä pelaaja?

Lasketaan todennäköisyys, että yksittäinen poika on **alle** 185 cm:



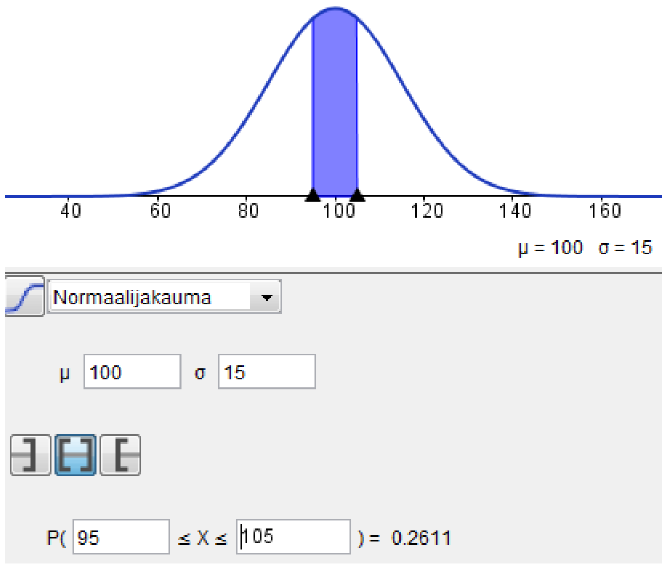
$$\begin{aligned} P(\text{tulee ainakin yksi yli 185 cm pitkä}) &= 1 - P(\text{kaikki viisi ovat alle 185 cm}) \\ &= 1 - 0{,}9508^5 \\ &= 0{,}22295\ldots \\ &\approx \underline{\underline{0{,}22}} \end{aligned}$$

7. Älykkyystesti laaditaan yleensä niin, että sen tulokset noudattavat normaalijakaumaa, jonka keskiarvo on 100 ja keskihajonta 15 pistettä.

a) Kuinka monta prosenttia testin suorittaneista saavuttaa pistemäärään, joka on välillä $[95, 105]$?

b) Halutaan, että keskimmäinen 80% väestöstä on älykkyydeltään ”normaaleja”. Mikä kokonaislukupistemäärä pitäisi vähintään saavuttaa älykkyystestissä, jotta henkilö olisi ”normaalia” älykkäämpi?

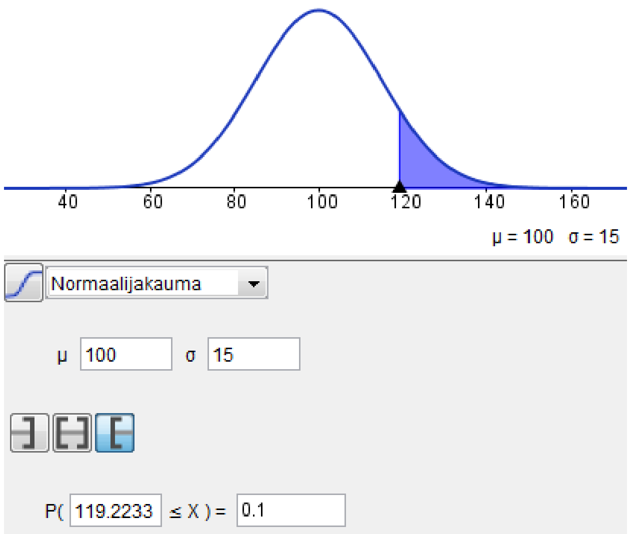
a) Ratkaistaan kyseistä väliä vastaava prosenttiosuus GeoGebralla:



Vastaus: Pistemäärän väliltä $[95, 105]$ saavuttaa n. 26,1% testin suorittaneista.

b) Koska keskimmäinen 80% on normaaleja, niin oikeanpuoleinen 10% on normaalia älykkäämpiä.

Lasketaan kysytty pistemäärä GeoGebralla:



Vastaus: Ollakseen normaalia älykkäämpi, testistä on saatava vähintään 120 pistettä.

8. Hanna Hajamielinen muistaa, että eräässä kyselyssä, johon vastasi 1000 äänioikeutettua, oli erään puolueen virhemarginaali 3,0 % käytettäessä 95 %:n luottamustasoa. Auta Hannaa selvittämään, kuinka monta prosenttia kyselyyn vastanneista kannatti kyseistä puoluetta.

$$\text{Puolueen virhemarginaali} = 0,03$$

$$z^* \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}} = 0,03 \quad \|\ 95\ \%\text{:n luottamustaso} \quad \Rightarrow \quad z^* = 1,96$$

$$\text{solve}\left(1.96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{1000}} = 0.03, p\right)$$

$$p = 0.37461 \text{ or } p = 0.62539$$

Vastaus: Kyselyssä puoluetta kannatti siis joko 37,5% tai 62,5% vastanneista.